Esame di Statistica II B

COGNOME__________________ **NOME**__________________**MATRICOLA**___________

1) Sia $X_1, X_2, \ldots, X_n$, un campione casuale semplice di ampiezza *n* estratto da una v.c. log-normale avente la seguente funzione di densità:

$$f(x;\gamma,\delta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\delta\sqrt{2\pi}}\dfrac{1}{x}\exp\left\{-\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\log x - \gamma}{\delta}\right]^2\right\} & \text{per } x>0;\ -\infty<\gamma<+\infty;\ \ \delta>0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

a) verificare se tale funzione di densità appartiene alla famiglia esponenziale;

b) ricavare lo stimatore *T* di massima verosimiglianza per $E[X] = \exp\left(\gamma + \frac{1}{2}\delta^2\right)$;

c) supponendo $\delta = 1$, calcolare il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramer per stimatori non distorti del parametro γ.

2) I pesi X delle scatole di cereali prodotte da due aziende, A e B, si distribuiscono come variabili casuali normali: $X_A \sim N(\mu_A; \sigma_A^2)$ e $X_B \sim N(\mu_B; \sigma_B^2)$. Per verificare l'ipotesi che le varianze delle due popolazioni coincidano, si osserva il peso in grammi di $n_A = 21$ e $n_B = 10$ scatole selezionate casualmente dalle produzioni delle due aziende. Sapendo che:

$$\sum_{i=1}^{21} x_{iA} = 6.250 \qquad \sum_{i=1}^{21} x_{iA}^2 = 1.860.400 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_{iB} = 6.330 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_{iB}^2 = 4.007.070$$

a) verificare l'ipotesi formulata contro l'alternativa che le due varianze siano diverse $(\alpha = 0{,}1)$;

b) si calcoli l'intervallo di confidenza a livello $1-\alpha = 0{,}9$ per la varianza del peso X_A.

3) Nella seguente tabella sono riportati il numero di dipendenti del Servizio Sanitario Nazionale per 1.000 abitanti per ciascuna regione (Fonte: Ministero della Sanità, 1998). Le regioni sono state raggruppate in base alla posizione geografica.

Nord	11,9	15,2	11,1	15,5	12,3	13,9	13,1	13,1
Centro	13,2	13,3	12,0	9,4				
Sud e Isole	11,5	11,7	9,2	9,7	9,9	11,3	9,2	12,8

Devianze nei gruppi   Nord: 16,2661;   Centro: 9,7608;   Sud e Isole: 12,6221

a) verificare, a livello di significatività del 5%, l'ipotesi che il numero medio di dipendenti regionali (per 1.000 abitanti) sia uguale nelle tre zone geografiche commentando il risultato ottenuto;

b) verificare a livello di significatività del 5%, l'ipotesi nulla che il numero medio di dipendenti regionali (per 1.000 abitanti) al nord e al centro coincida contro l'alternativa bilaterale.