Esame di Statistica II B

COGNOME__________________ **NOME**__________________**MATRICOLA**___________

1) Sia $X_1, X_2, \ldots, X_n$, un campione casuale semplice di ampiezza n estratto da una v.c. avente la seguente funzione di probabilità:

$$p(x; l) = \frac{e^{-l}\, l^{x}}{x!} \quad x = 0,1,2,\ldots; \; l > 0.$$

a) Ricavare lo stimatore T di massima verosimiglianza per $\varphi(\lambda) = E\left(X^2\right)$ e verificare se è corretto;

b) Dopo avere fattorizzato opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial\lambda} \ln p(x_i; \lambda)$ ed individuato la funzione $\tau(\lambda)$ per la quale esiste uno stimatore non distorto la cui varianza coincide con il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramer, si dica se la funzione $j(\lambda)$ di cui al punto precedente ammette uno stimatore con varianza uniformemente minima (giustificando la risposta) .

2) Una compagnia assicurativa è interessata ad effettuare alcune analisi statistiche su dati provenienti da un campione di 4600 assicurati R.C. auto. Utilizzando la tabella di seguito riportata:

		Età dell'assicurato (X)				
		20-35	***36-51***	***52-67***	***68 e oltre***	***Tot***
Numero di sinistri (Y)	***0***	1118	1218	1320	513	**4169**
	1	110	88	84	30	**312**
	2 e oltre	45	28	31	15	**119**
	Tot	**1273**	**1334**	**1435**	**558**	**4600**

a) Si verifichi, con un opportuno test, se esiste dipendenza tra l'età degli assicurati (X) e il numero di sinistri accaduti nell'ultimo anno (Y), ad un livello di significatività del 5%;

b) Si costruisca un intervallo di confidenza al 98% per la frequenza relativa del numero di assicurati con un incidente.

3) Alla fine di un'estate particolarmente piovosa, i gestori dei lidi lamentano scarse entrate. Sono noti i guadagni in migliaia di euro (Y) di 15 lidi scelti casualmente tra le più belle spiagge italiane ed il numero di giornate soleggiate (X) nei mesi di luglio ed agosto. Si supponga che sia plausibile applicare un modello lineare per descrivere il legame esistente tra X ed Y; disponendo dei seguenti risultati:

$$\hat{\beta}_0 = 11{,}25; \quad \overline{X} = 21; \quad \overline{Y} = 23{,}7; \quad Dev(X) = 27; \quad I^2 = 0{,}7908$$

a) Si stimi il parametro β_1;

b) Si determini la stima della varianza di $\hat{\beta}_1$;

c) Si determini l'intervallo di confidenza al 95% per β_1;

d) Si verifichi l'ipotesi $H_0 : \beta_0 \geq 12$ contro l'alternativa $H_1 : \beta_0 < 12$ avendo fissato l'errore di prima specie pari a 0,05.