Esame di Statistica II/B 18.06.02

COGNOME__________________ NOME__________________MATRICOLA_________

Esame totale **Esame parziale**

Coloro che sostengono la seconda prova parziale svolgano solo il punto a) del secondo esercizio e il terzo esercizio.

1) Sia $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un campione casuale semplice di ampiezza n estratto da una v.c. avente la seguente funzione di densità:

$$f(x;k) = \begin{cases} (k+1)x^k & 0 \le x \le 1;\ k > -1 \\ 0 & altrove \end{cases} .$$

a) Si ricavi lo stimatore T di massima verosimiglianza per la mediana di X;

b) Dopo avere fattorizzato opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial k} \ln f(x_i;k)$ ed individuato la funzione $\tau(k)$ per la quale esiste uno stimatore non distorto la cui varianza coincide con il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramer, si dica se lo stimatore T ricavato al punto a) ha varianza uniformemente minima (giustificando la risposta) .

2) In una ricerca condotta in una scuola elementare è stato selezionato un campione di 150 bambini classificati secondo il numero di errori (X) in un breve dettato, dando luogo ai seguenti risultati:

x_i	0	1	2	3	4
n_i	9	22	31	43	45

a) Si verifichi l'ipotesi che tali risultati provengano dal modello:

$$p(X = x) = \frac{x+1}{15}, \quad x = 0,1,2,3,4 \ \ (\alpha = 0,05);$$

b) Si costruisca l'intervallo di confidenza asintotico al 97% per il numero medio di errori μ .

3) Di un campione di 15 abitazioni vendute si è rilevato la superficie X (in metri quadrati) e il prezzo Y (in migliaia di dollari) ottenendo i seguenti risultati:

$$\sum x_i = 2076 \quad \sum y_i = 554,15 \quad \sum x_i y_i = 82505,05 \quad \sum x_i^2 = 303778 \quad \sum y_i^2 = 22802,36$$

Volendo applicare il modello lineare $y = \beta_0 + \beta_1 x$ Caso A:

a) Si stimino i parametri β_0 e β_1;

b) Si determini l'intervallo di confidenza al 95% per la varianza del prezzo;

c) Si dica se β_1 sia significativamente diverso da zero ($\alpha = 0,1$);

d) Si determini l'intervallo di confidenza al 90% per $\mu(x)$ in corrispondenza di x =176.