Esame di Statistica II/B   8 gennaio 2002

COGNOME___________ NOME_______________MATRICOLA_________

Esercizio 1

Sia X, una variabile casuale avente la funzione di densità

$$f(x) = \begin{cases} k\lambda e^{-\lambda x} & x > c \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

da cui è stato estratto il campione casuale $(x_1, \ldots, x_{50})$.

a) Determinare il valore di k.

b) Stimare c e λ secondo il metodo dei momenti.

c) Supposto noto λ, determinare lo stimatore di c secondo il metodo della massima verosimiglianza.

Supposto c noto e pari a 1:

d) Costruire un intervallo di confidenza asintotico al livello di confidenza $100(1-\alpha)\%$ per λ.

e) Verificare l'ipotesi che $\lambda = 1$ contro l'alternativa $\lambda \neq 1$ sapendo che i valori campionari si distribuiscono come indicato nella seguente tabella

valori assunti	numero osservazioni
(1; 1,3]	10
(1,3; 1,6]	10
(1,6; 2,1]	10
(2,1; 3,1]	10
(3,1; +∞)	10

Esercizio 2

Dato il modello di regressione

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

dove gli errori ε_i sono indipendenti e identicamente distributiti secondo la legge normale di media 0 e varianza σ^2, e le seguenti statistiche relative a un campione di 20 osservazioni,

$$\sum y_i = 49 \quad \sum x_i = 12{,}5 \quad \sum (y_i - \bar{y})^2 = 358 \quad \sum (x_i - \bar{x})^2 = 96 \quad I^2 = 0{,}85 \quad \beta_1 > 0$$

dove I^2 è l'indice di determinazione,

a) Costruire un intervallo di confidenza al 95% per la varianza σ^2.

b) Costruire un intervallo di confidenza al 95% per $E[\hat{\mu}(3)]$

c) Verificare l'ipotesi $\beta_0 = 0$ contro l'alternativa $\beta_0 \neq 0$ al livello $\alpha=0{,}01$.