

Esame di Statistica II/B 2.10.01

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esame totale

Esame parziale

Coloro che sostengono l'esame parziale svolgono solo il secondo e il terzo esercizio.

1) Sia assegnata una variabile casuale X , avente la seguente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} \vartheta x^{\vartheta-1} & 0 < x < 1 \quad \vartheta > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

Posto di avere osservato il campione casuale (x_1, \dots, x_n) ,

- Si stimi ϑ con il metodo dei momenti.
- Si stimi $E(X)$ e $Var(X)$ con il metodo della massima verosimiglianza.
- Sapendo che $Y = -\ln X$ si distribuisce come una variabile casuale esponenziale di parametro ϑ , si costruisca l'intervallo di confidenza asintotico per ϑ al $100(1-\alpha)\%$.

2) Dalla popolazione delle 1500 matricole di una facoltà, se ne scelgono a caso 100, classificandole in base al voto di maturità V (espresso in centesimi) e al sesso S secondo quanto espresso in tabella:

S / V	60-73	74-87	Oltre 87
<i>Maschi</i>	24	9	6
<i>Femmine</i>	23	25	13

- Si dica se V e S sono indipendenti in probabilità ($\alpha = 0,01$).
- Posto di indicare con μ il voto medio di maturità, si verifichi l'ipotesi $H_0 : \mu \geq 78$ centesimi al livello di significatività del 10%.

3) 25 clienti abituali di un centro commerciale sono stati classificati in base al reddito mensile X e alla spesa media mensile Y , espressi in Euro. Si sono ottenuti i seguenti risultati:

$$\sum x_i = 24542.03 \quad \sum y_i = 6957.19 \quad \sum x_i y_i = 6972223.30 \quad \sum x_i^2 = 24634877.26$$

$$\sum y_i^2 = 2026387.63$$

Volendo applicare il modello lineare $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$:

- Si verifichi l'ipotesi $H_0 : \beta_1 \leq 0,2$ a livello di significatività del 5%.
- Si determini l'intervallo di confidenza al 98% per $Var(Y)$.