

**Esame di Statistica II/B 2.10.01**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

**Esame totale**

**Esame parziale**

*Coloro che sostengono l'esame parziale svolgono solo il secondo e il terzo esercizio.*

1) Sia assegnata una variabile casuale  $X$ , avente la seguente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} \vartheta x^{\vartheta-1} & 0 < x < 1 \quad \vartheta > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

Posto di avere osservato il campione casuale  $(x_1, \dots, x_n)$ ,

- Si stimi  $\vartheta$  con il metodo dei momenti.
- Si stimi  $E(X)$  e  $Var(X)$  con il metodo della massima verosimiglianza.
- Sapendo che  $Y = -\ln X$  si distribuisce come una variabile casuale esponenziale di parametro  $\vartheta$ , si costruisca l'intervallo di confidenza asintotico per  $\vartheta$  al  $100(1-\alpha)\%$ .

2) Dalla popolazione delle 1500 matricole di una facoltà, se ne scelgono a caso 100, classificandole in base al voto di maturità  $V$  (espresso in centesimi) e al sesso  $S$  secondo quanto espresso in tabella:

$S / V$	60-73	74-87	Oltre 87
<i>Maschi</i>	24	9	6
<i>Femmine</i>	23	25	13

- Si dica se  $V$  e  $S$  sono indipendenti in probabilità ( $\alpha = 0,01$ ).
- Posto di indicare con  $\mu$  il voto medio di maturità, si verifichi l'ipotesi  $H_0 : \mu \geq 78$  centesimi al livello di significatività del 10%.

3) 25 clienti abituali di un centro commerciale sono stati classificati in base al reddito mensile  $X$  e alla spesa media mensile  $Y$ , espressi in Euro. Si sono ottenuti i seguenti risultati:

$$\sum x_i = 24542.03 \quad \sum y_i = 6957.19 \quad \sum x_i y_i = 6972223.30 \quad \sum x_i^2 = 24634877.26$$

$$\sum y_i^2 = 2026387.63$$

Volendo applicare il modello lineare  $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$ :

- Si verifichi l'ipotesi  $H_0 : \beta_1 \leq 0,2$  a livello di significatività del 5%.
- Si determini l'intervallo di confidenza al 98% per  $Var(Y)$ .