

**Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II**  
**Prova parziale di Regressione** **25.11.05**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

**Docente:**     Prof. Zenga     Prof.ssa Pollastri     Prof.ssa Greselin     Prof. Borroni

*Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

Si vuol verificare l'attualità delle leggi di Engel secondo cui la quota di spesa destinata ai beni alimentari della famiglia dipende dalla spesa totale e dal numero di componenti. A tal fine su un gruppo di  $N=14$  famiglie si sono osservate le seguenti variabili:

- $X_1$  : quota di spesa destinata ai beni alimentari;
- $X_2$  : logaritmo naturale della spesa totale (in €)
- $X_3$  : numero di componenti della famiglia.

Si sono ottenute le seguenti informazioni:

$$\sum_{i=1}^{14} x_{1i} = 388$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{2i} = 89,6$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{3i} = 40$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{1i}^2 = 10776$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{2i}^2 = 574$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{3i}^2 = 136$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{1i} x_{2i} = 2485,8$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{1i} x_{3i} = 1126$$

$$\sum_{i=1}^{14} x_{2i} x_{3i} = 259,4$$

- a) Si determinino i parametri della retta interpolante  $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13}X_3$  e se ne fornisca la relativa interpretazione.
- b) Si determinino i parametri del piano interpolante  $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$  e se ne fornisca la relativa interpretazione. Si commenti adeguatamente, inoltre, la differenza tra  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{13,2}$ .
- c) Si valuti la bontà d'adattamento del piano determinato al punto b) e il grado di miglioramento rispetto alla retta del punto a) sia in termini di varianza totale sia di varianza residua.
- d) Si calcolino i coefficienti di correlazione  $r_{12,3}$  e  $r_{12}$ . Si commentino adeguatamente i risultati.
- e) Se invece della variabile  $X_3$  nel piano si considerasse il logaritmo del numero di componenti della famiglia, si otterrebbe una varianza residua pari a 0.0721; si dica, motivando la risposta, se tale sostituzione di variabile è conveniente rispetto al piano determinato al punto b).