

COGNOME _____

NOME _____

Matr. _____

Docente: Prof. Zenga Prof. Pollastri Prof. Cazzaro

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti.

Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Il diametro massimo di un tronco d'albero, X_1 , è influenzato da molti fattori. La seguente tabella riporta i dati che mettono in relazione il diametro di 15 alberi di una particolare varietà di eucalipto con la sua età (X_2), la piovosità media annuale (X_3) e la densità del legno (X_4).

X_1 Diametro massimo (pollici)	X_2 Età (anni)	X_3 Precipitazioni (pollici)	X_4 Densità del legno
16,2	20	250	0,46
16,4	21	115	0,59
16,6	23	75	0,56
16,6	33	85	0,59
16,9	33	100	0,56
17	34	75	0,63
17,6	33	85	0,55
18,1	34	75	0,54
18,3	35	225	0,63
18,5	34	250	0,6
18,7	34	255	0,57
18,8	36	175	0,58
19,4	37	75	0,62
19,6	44	85	0,63
20	45	90	0,55
268,7	496	2015	8,66

$$\sum X_1 X_2 = 8992,2;$$

$$\sum X_1 X_3 = 36132,5;$$

$$\sum X_1 X_4 = 155,414;$$

$$\sum X_2 X_3 = 65060;$$

$$\sum X_1^2 = 4835,29;$$

$$\sum X_2^2 = 17112;$$

$$\sum X_3^2 = 346775.$$

- 1) Si determini la matrice di varianze-covarianze di X_1, X_2, X_3 .
- 2) Si calcolino e si interpretino i parametri del piano interpolante a minimi quadrati:

$$\hat{X}_1 = a + \alpha_{12,3} X_2 + \alpha_{13,2} X_3$$
- 3) Si valuti la bontà di adattamento del piano determinato al punto precedente mediante un'opportuna misura dell'ordine di grandezza dei residui.
- 4) Sulla base delle quantità calcolate al punto 3), si verifichi numericamente che la variabile residuo è incorrelata con la variabile \hat{X}_1 .
- 5) Sapendo che per l'iperpiano $\hat{X}_1 = \alpha_0 + \alpha_{12,34} X_2 + \alpha_{13,24} X_3 + \alpha_{14,23} X_4$ si è ottenuto il vettore di parametri a minimi quadrati:

$$\hat{\alpha} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_{12,34} \\ \hat{\alpha}_{13,24} \\ \hat{\alpha}_{14,23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12,490 \\ 0,1611 \\ 0,0037 \\ -0,6967 \end{bmatrix}$$

- a) si confrontino i valori di $\hat{\alpha}_{12,34}$ e di $\hat{\alpha}_{12,3}$ calcolato al punto 2) e si commenti adeguatamente

b) si valuti il grado di miglioramento, in termini di varianza totale e residua, che si ottiene passando dal piano determinato al punto 2) all'iperpiano considerato al punto 5).