

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof. Zenga Prof. Pollastri Prof. Cazzaro

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

La Camera di Commercio di una città lombarda rileva che la media del consumo pro-capite mensile per alimentari (X_1) è pari a 300 €, la media del consumo mensile per vestiario (X_2) è pari a 100 € e la media del reddito mensile (X_3) è pari a 650 €.

La matrice dei coefficienti di correlazione tra X_1 , X_2 e X_3 è:

$$\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ & 1 & r_{23} \\ & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,54 & 0,76 \\ & 1 & 0,87 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

- 1) Si calcoli $r_{12,3}$ e lo si confronti con r_{12} ;
- 2) Sapendo che lo scarto quadratico medio di X_2 è il doppio di σ_1 mentre σ_1 è un quarto di σ_3 e che valgono le seguenti relazioni:

$$\hat{X}_1 = a + 0,27X_2 \qquad \hat{X}_1 = b + 0,19X_3$$

$$\hat{X}_2 = c + 0,435X_3 \qquad \hat{X}_2 = d + 1,08X_1;$$

si calcolino e si commentino i parametri dei seguenti modelli a minimi quadrati:

$$\hat{X}_1 = e + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3 \qquad (1)$$

$$\hat{X}_2 = f + \alpha_{21,3}X_1 + \alpha_{23,1}X_3 \qquad (2)$$

- 3) Si verifichi che $r_{12,3}$ si può ottenere con una particolare funzione dei parametri dei modelli (1) e (2);
- 4) Si calcoli il coefficiente di correlazione multiplo di X_1 rispetto alle variabili X_2 e di X_3 partendo dalla matrice di correlazione;
- 5) Sfruttando il risultato del punto 4) si valuti il grado di miglioramento nel passare da ciascuna delle rette $\hat{X}_1 = a + 0,27X_2$ e $\hat{X}_1 = b + 0,19X_3$ al piano (1) sia in termini di varianza totale che di varianza residua.