

COGNOME _____

NOME _____

Matr. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

La seguente tabella riporta i valori delle importazioni (X_1), della produzione interna (X_2), del consumo alimentare (X_3) e delle variazioni delle scorte di grano (X_4) durante il decennio 1982-1991 (dati espressi in milioni di quintali):

Anno	X_1	X_2	X_3	X_4
1982	4,57	95,21	80,10	-10,02
1983	3,10	81,27	82,00	8,86
1984	5,49	85,82	84,06	1,74
1985	7,10	97,77	85,50	-6,28
1986	11,82	94,07	86,48	-6,30
1987	8,57	95,65	87,27	-0,56
1988	13,70	95,90	91,40	-4,90
1989	15,66	95,37	92,08	-3,01
1990	11,95	96,30	92,31	6,46
1991	16,40	100,70	92,40	-5,75
Totale	98,36	938,05	873,59	-19,76

Utilizzando i seguenti risultati e mantenendo 4 cifre decimali nello svolgimento dei calcoli:

$$\begin{aligned} \sum X_1 X_2 &= 9393,73; & \sum X_1 X_4 &= -264,07; & \sum X_2 X_4 &= -2058,70; & \sum X_1 X_3 &= 8771,53 \\ \sum X_1^2 &= 1168,94; & \sum X_2^2 &= 88296,63; & \sum X_4^2 &= 369,23 \end{aligned}$$

- 1) Si determini la matrice di varianze-covarianze di X_1, X_2, X_4 .
- 2) Si calcolino e si interpretino i parametri del piano interpolante a minimi quadrati:

$$\hat{X}_1 = a + \alpha_{12,4} X_2 + \alpha_{14,2} X_4$$

- 3) Si valuti la bontà di adattamento del piano determinato al punto precedente mediante un'opportuna misura dell'ordine di grandezza dei residui.
- 4) Sulla base delle quantità calcolate al punto 3), si verifichi numericamente che la variabile residuo è incorrelata con la variabile \hat{X}_1 (*a meno di errori di approssimazione*).
- 5) Sapendo che per l'iperpiano $\hat{X}_1 = \alpha_0 + \alpha_{12,34} X_2 + \alpha_{13,24} X_3 + \alpha_{14,23} X_4$ si è ottenuto il vettore di parametri a minimi quadrati:

$$\hat{\alpha} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_{12,34} \\ \hat{\alpha}_{13,24} \\ \hat{\alpha}_{14,23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -69,9633 \\ -0,2233 \\ 1,1449 \\ -0,3699 \end{bmatrix}$$

- a) si confronti il valore di $\hat{\alpha}_{12,34}$ con quello di $\hat{\alpha}_{12,4}$ calcolato al punto 2), commentando adeguatamente la diversità riscontrata;
- b) si valuti il grado di miglioramento, in termini di varianza totale e residua, che si ottiene passando dal piano determinato al punto 2) all'iperpiano considerato al punto 5).