

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Probabilità **02.02.06**

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof. Zenga Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Greselin Prof. Borroni

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

1) Si consideri una v.c. discreta X con la seguente funzione di probabilità:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{2k}{x-1} & x = 4, 5, 13 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore della costante k affinché $p(x)$ possa considerarsi una funzione di probabilità.
- b) Si determini l'espressione della funzione di ripartizione di X e se ne tracci il grafico. Si calcoli inoltre la mediana di X .
- c) Si determini l'espressione della funzione generatrice dei momenti di X ; in base a questa si calcolino inoltre il valore atteso e la varianza di X .
- d) Si calcoli la seguente probabilità: $\Pr\{X^2 - 1 > 50\}$

2) Al fine di programmare i servizi di un nuovo sportello informazioni, si rileva che, in situazioni analoghe, si presentano mediamente 0,82 utenti all'ora. Si può inoltre assumere che il tempo d'attesa per ciascun cliente si distribuisca secondo la legge Esponenziale.

- a) Sia X il tempo d'attesa per il primo utente della giornata. Si calcolino il valore atteso e la varianza di X ; si scriva inoltre l'espressione della funzione di densità di X .
- b) Si calcoli la probabilità di dover attendere più di 2 ore per l'arrivo del primo utente.
- c) Supponendo che nella prima ora di servizio non sia arrivato alcun utente, si calcoli la probabilità che il tempo complessivo di attesa per il primo utente superi 3 ore.
- d) Si calcoli la probabilità che, nelle prime 2 ore di servizio, arrivino almeno 3 utenti.

3) Il reddito (in migliaia di Euro) dei lavoratori di una data categoria si distribuisce secondo la legge Log-Normale di parametri $\gamma = 0,7$ e $\delta = 0,64$. Le Autorità competenti hanno stabilito di effettuare un controllo fiscale sul 20% dei lavoratori il cui reddito eccede 5 migliaia di Euro e sul 5% dei lavoratori il cui reddito non supera 5 migliaia di Euro.

- a) Si calcoli il 70-esimo percentile del reddito.
- b) Si calcoli la probabilità che il reddito di un lavoratore estratto a caso superi 5 migliaia di Euro.
- c) Si calcoli la probabilità che un generico lavoratore venga sottoposto al controllo fiscale.
- d) Sapendo che il sig. Rossi è stato sottoposto al controllo fiscale, con quale probabilità il suo reddito eccede 5 migliaia di Euro?