

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof. Zenga Prof. Pollastri Prof. Borroni

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

1) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} k(e^{-3x})(1 - e^{-3x}) & x > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Si determini il valore di k che rende $f(x)$ la funzione di densità di una variabile casuale continua X .
- Si determini la funzione di ripartizione di X .
- Si calcoli $\Pr\{X > 1\}$.
- Si determini la mediana di X .

2) Ad un supermercato arrivano due partite di noci di cocco. La prima è costituita da 150 frutti, di cui il 10% sono difettosi. La seconda, formata da 100 noci di cocco, presenta il 5% di frutti difettosi.

- Si lancia una moneta e poi si estraggono in blocco 5 noci di cocco dalla prima partita se esce testa oppure 5 noci dalla seconda partita se esce croce. Si calcoli la probabilità che solo una delle noci di cocco estratte sia difettosa.
- Supponendo che, eseguendo l'esperimento nel modo descritto al punto a), si sia ottenuta una noce di cocco difettosa, si determini la probabilità che essa provenga dalla prima partita.
- Si supponga di aver mescolato le noci di cocco delle due partite in un container. Si determini la probabilità che, estraendo senza riposizione 3 noci di cocco, solo l'ultima risulti difettosa.

3) La durata di funzionamento senza guasti (espressa in anni) di un macchinario è una variabile casuale esponenziale di valore atteso 5.

- Si calcoli la probabilità che il macchinario si guasti entro 2 anni.
- Un acquirente compra 10 macchinari del tipo descritto. Calcolare la probabilità che solo un macchinario di questi si guasti entro 2 anni.
- Supponendo che un altro acquirente compri 200 macchinari del tipo descritto, si calcoli la probabilità che non più di 67 di questi si guastino entro 2 anni.