

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

Docente:  Prof. Zenga  Prof. Pollastri  Prof. Cazzaro

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

- 1) Una banca di Milano conduce uno studio per verificare quanti dei clienti che hanno acceso un mutuo risultano insolventi (cioè non pagano regolarmente gli interessi). I clienti sono stati suddivisi in due gruppi secondo che abbiano sottoscritto un mutuo a tasso fisso o un mutuo a tasso variabile. Si suppone che il numero dei clienti che risultano insolventi segua una legge di Poisson:  $X_1 \sim \text{Poisson}(\lambda_1 = 3)$  per coloro che hanno scelto un mutuo a tasso fisso e  $X_2 \sim \text{Poisson}(\lambda_2 = 2)$  per i clienti con mutuo a tasso variabile.
- Calcolare la probabilità che un solo cliente con mutuo a tasso fisso risulti insolvente sapendo che il numero degli insolventi con mutuo a tasso fisso è minore o uguale a 2.
  - Ricavare (precisando l'ipotesi sottostante) la distribuzione di probabilità della v.c. che descrive il numero complessivo dei clienti che risultano insolventi.
  - Sapendo che complessivamente 2 clienti sono risultati insolventi, calcolare la probabilità che entrambi avessero sottoscritto un mutuo a tasso fisso.
- 2) I redditi mensili degli operai nel settore tessile lombardo si distribuiscono secondo una legge di Pareto. Si sa che il reddito mediano è pari a 800 euro e la probabilità di percepire un reddito superiore a 1000 euro risulta 0,2.
- Si determinino i valori dei parametri  $x_0$  e  $\theta$  che specificano la funzione di densità della v.c. che descrive tali redditi;
  - Sapendo che un operaio guadagna più di 900 euro mensili, qual è la probabilità che il suo reddito non sia superiore a 1000 euro?
  - Se si considerano 3 operai scelti con reintroduzione, si determini la probabilità che almeno 2 percepiscano un reddito compreso tra i 900 ed i 1000 euro.
  - Calcolare il momento di ordine 5.

3) Data la funzione:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - ax & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- si determini il valore di  $a$  che rende questa funzione una funzione di probabilità per una v.c. discreta  $X$ ;
- si calcoli  $E(X)$  e  $\text{Var}(X)$ ;
- si ricavi la funzione di ripartizione  $F(X)$  e se ne rappresenti il grafico;
- si calcoli il primo e il terzo quartile.