

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

Indicare il docente del corso d'appartenenza: Prof. Pollastri Prof. Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

1) Sia data la funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} k & \text{per } 0 \leq x \leq 0,5 \text{ e } 0 \leq y \leq 0,5 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Si determini il valore di k che rende $f(x,y)$ una funzione di densità per una variabile casuale bivariata (X,Y) .
- Si determini la funzione di densità della variabile casuale marginale X ;
- Si determini la funzione di densità condizionata $f(y|x)$.
- Si dica, motivando adeguatamente la risposta, se X e Y sono v.c. indipendenti.

2) Un'industria conserviera ha acquistato il carico di due camion di pesche, destinate alla preparazione di pesche sciroppate. Il primo camion contiene frutti il cui peso si distribuisce normalmente, con media 3 hg e scarto quadratico medio pari a 0,4 hg. Il secondo camion trasporta pesche con peso distribuito normalmente, con media 2,6 hg e scarto quadratico medio pari a 1 hg. Il peso della frutta trasportata dal primo camion è di 12 q.li, il secondo camion carica 8 q.li di pesche.

- Si lancia una moneta. Se viene testa, si estrae una pesca dal primo camion, altrimenti si estrae una pesca dal secondo camion. Si calcoli la probabilità che la pesca selezionata pesi più di 2,8 hg.
- Se il camion è selezionato con probabilità proporzionale al peso della frutta trasportata, si determini la probabilità che la pesca estratta abbia peso superiore a 2,8 hg.
- Se il carico dei due camion è successivamente versato in un unico container, si determini la probabilità che, selezionando una pesca, essa abbia peso superiore a 2,8 hg.
- Se dall'unico container si selezionano 5 pesche, si dica qual è la probabilità che esattamente 3 pesche abbiano peso superiore a 2,8 hg.

3) Il reddito annuo degli agricoltori della regione A si distribuisce secondo una variabile casuale di Pareto. Si sa che la probabilità che il reddito annuo degli agricoltori superi 20.000 Euro è pari a 0,05, mentre la probabilità che esso sia inferiore a 5.000 Euro è pari a 0,02.

- Si determini la funzione di densità della v.c. X , dopo averne determinato i parametri;
- Si calcoli il valore atteso e la varianza della v.c. X ;
- Si determini la probabilità che il reddito di un agricoltore scelto a caso sia compreso fra 10.000 e 15.000 Euro.