Esame di Statistica II/A **Probabilità e variabili casuali** **09.07.02**

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________ **Matr.** _________

Docente: ¡ **Prof. Zenga** ¡ **Prof. Pollastri**

1) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} ce^{x} & per \quad 0 < x \le 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

a) Si determini il valore di c che rende *f(x)* una funzione di densità per una variabile casuale X. Si tracci il grafico di tale funzione di densità.
b) Si determinino E(X) e Var(X).
c) Si ricavi la funzione di ripartizione di X e si scriva l'espressione del generico quantile x_p.

2) Un tecnico possiede una scorta di tre lampade speciali alogene, da sostituire in caso di guasto, per tenere sempre illuminata una serie di pannelli ad una mostra d'arte. Sulla base dell'esperienza passata, il tempo di durata (in centinaia di ore) di funzionamento di ciascuna lampadina speciale è distribuito come una v.c. esponenziale, così come si è osservato che, mediamente, una lampadina dura 200 ore. Supponendo inoltre che il tecnico non possa disporre di un rinnovo della scorta prima di 24 ore dalla richiesta:
a) Si calcoli la probabilità che, durante un arco di 24 ore, non si guastino contemporaneamente più di 3 lampade;
b) Quante lampade di scorta deve possedere il tecnico perché la probabilità di non poter effettuare la sostituzione sia inferiore a 0,0001? Perché?

3) Siano X_i variabili casuali di Poisson di parametro λ=2 e indipendenti, i=1,2,3,4.
a) Si determini la distribuzione della variabile casuale $Y = \sum_{i=1}^{4} X_i$.
b) Si determinino aspettativa e varianza della v.c. $W = \frac{1}{3} Y$.
c) Si calcolino $P(Y > 3)$ e $P\left(\frac{Y - E(Y)}{\sqrt{Var(Y)}} \le -2\right)$.