

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Indicare il docente del corso d'appartenenza:**

Prof. Pollastri

Prof. Zenga

*Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

1) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } 0 < x \leq 1 \\ 2-x & \text{per } 1 < x \leq k \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Si determini il valore di  $k$  che rende  $f(x)$  una funzione di densità per una variabile casuale  $X$ . Si tracci il grafico di tale funzione di densità.
- Si determinino  $E(X)$  e  $\text{Var}(X)$ .
- Si ricavi la funzione di ripartizione di  $X$  e il primo quartile.

2) Siano date due urne contenenti rispettivamente:

Urna A = { 10 palline nere, 90 palline rosse }

Urna B = { 5 palline con il segno di una stella, 45 palline con il segno di una luna }

Si pensi ad un gioco in cui il giocatore che è di turno paga una posta iniziale  $p$  e successivamente vince 1 Euro per ogni pallina nera o pallina con il segno di stella che viene estratta nel corso di 5 estrazioni dall'urna A e di 2 estrazioni dall'urna B.

Siano rispettivamente  $X$  la v.c. che conta quante palline nere vi sono nelle 5 estratte dall'urna A, e  $Y$  la v.c. che conta quante palline con il segno di stella vi sono nelle 2 estratte dall'urna B.

- Si indichi la distribuzione della v.c.  $X$  e se ne dia la f.g.m;
- Quale deve essere la posta messa dal giocatore affinché il gioco sia equo?
- Si riconosca che tipo di variabile casuale è  $W=X+Y$ , ricavandone la f.g.m;
- Se la composizione della prima urna fosse di 20 nere e 80 rosse, mentre la composizione dell'urna B rimanesse invariata, varierebbe il risultato del punto c)? Perché?

3) Un negoziante, all'inizio del mese, ordina un certo elettrodomestico per le vendite di tutto il mese. In base all'esperienza passata, egli può plausibilmente assumere che il numero di tali elettrodomestici venduti durante il mese segue una legge di Poisson con parametro  $\lambda = 4$ .

- Qual è la quantità minima da porre nell'ordine, affinché il negoziante possa assicurarsi, con probabilità dell'88%, di non restare sprovvisto di quell'elettrodomestico?
- Si ricavi la probabilità che in 3 settimane si siano vendute almeno 3 unità di quell'elettrodomestico.
- Quanto tempo mediamente intercorrerà tra due vendite successive di quell'elettrodomestico? Perché?