Esame di Statistica II/A Prima prova parziale 16.12.00

COGNOME____________________ NOME____________________MATRICOLA__________

Modulo:
Prof . Zenga
Prof. Pollastri

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti.

1) Nel laboratorio della facoltà di Economia ci sono 3 stampanti a disposizione degli studenti. Ogni 100 fogli riprodotti la prima stampante ne presenta 15 con un difetto di stampa, 10 la seconda e 22 la terza. I responsabili del laboratorio provvedono a sostituire il toner delle stampanti eseguendo due controlli su un gruppo di 100 fogli da ogni stampante:

1. essi controllano a caso un foglio stampato da ogni stampante e, se almeno uno di questi presenta un difetto di stampa, provvedono a sostituire il toner a tutte e tre le stampanti;
2. se i fogli estratti nel controllo precedente non presentano difetti, allora i responsabili scelgono a caso una stampante ed estraggono in blocco 4 fogli (i fogli selezionati nella fase precedente sono stati cestinati) e, se riscontrano più di un foglio con difetto di stampa, allora provvedono alla sostituzione dei toner.

a) Qual è la probabilità di sostituire i toner dopo il primo controllo?
b) Qual è la probabilità di sostituire i toner dopo il secondo controllo?
c) Se al secondo controllo è risultato più di un foglio con difetto di stampa, qual è la probabilità che sia stata scelta la prima stampante?

2) Si consideri la seguente famiglia di funzioni:

$$f(x) = \begin{cases} e^{4x} & x \leq 0 \\ -kx + 1 & 0 < x \leq \dfrac{3}{2} \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases}.$$

a) Si determini il valore di k che rende f una funzione di densità di probabilità.
b) Si rappresenti graficamente la funzione di densità determinata al punto a).

Detta X la variabile casuale dotata della densità di cui al punto a):

c) si calcolino $E(X)$ e $Var(X)$;
d) si calcoli $P\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$ e il generico quantile x_p.

3) Si consideri la v.c. X distribuita secondo la legge log-normale:

$$f(x;g,d) = \begin{cases} \dfrac{1}{xd\sqrt{2p}} e^{-(\log x - g)^2/2d^2} & x > 0, d > 0 \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases}.$$

a) Si determino i valori dei parametri g e d in modo che $E(X) = e^{3/2}$ e $E(X^2) = e^4$.
b) In base al risultato del punto a), si calcoli $P\{Me(X) < X \leq E(X)\}$.