

Esami di Inferenza Statistica e Inferenza Statistica Classica del 27.03.08

1) Sia (X_1, X_2, \dots, X_n) un campione casuale dalla seguente funzione di densità:

$$f(x; \vartheta) = \begin{cases} \vartheta x^{\vartheta-1} & 1 > x > 0 \quad \vartheta > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

- Si ricavi lo stimatore di massima verosimiglianza per ϑ .
- Sapendo che la variabile casuale $Y = -\log X$ è esponenziale di parametro ϑ , si dica, giustificando le risposte, se lo stimatore di cui al punto a) è corretto per ϑ , e se è consistente.
- Si deduca lo stimatore di massima verosimiglianza per $\tau(\vartheta) = \text{Var}(X)$.
- Si rintracci la parametrizzazione $\tau(\vartheta)$ per la quale esiste uno stimatore corretto la cui varianza raggiunge il limite inferiore di Rao-Cramèr.

2) In tabella si sono riportati i redditi mensili X e i consumi mensili Y (in Euro) di 8 coppie senza figli.

Y	920	955	970	1005	1017	1030	1040	1060
X	1000	1250	1500	1800	2000	2225	2500	2850

Volendo applicare il modello lineare $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$ (Caso A):

- Si determini l'intervallo di confidenza al 98% per il consumo medio in corrispondenza di un reddito di 850 Euro.
- Si determini l'intervallo di confidenza al 90% per la varianza del consumo.
- Si verifichi l'ipotesi $H_0: \beta_1 = 0,1$ con alternativa bilaterale, avendo fissato al 10% la probabilità d'errore di prima specie.

3) Al primo appello dell'esame (scritto) A , consegnano l'elaborato 241 studenti, dei quali 189 superano la prova. Al secondo appello consegnano l'elaborato 153 studenti, dei quali 107 superano la prova.

- Si determini l'intervallo di confidenza al 96% per la frequenza relativa di studenti che superano l'esame A al primo appello.
- Si verifichi l'ipotesi che la frequenza relativa p di studenti che superano l'esame A al secondo appello sia minore o uguale al 50%, con alternativa unilaterale. Si calcoli la potenza del test in corrispondenza di $p = 0,6$, commettendo l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
- Si verifichi l'ipotesi che la frequenza relativa di studenti che superano l'esame A sia la medesima per i due appelli.