

Esame di Inferenza Statistica / Inferenza Statistica Classica / Statistica II mod. B **06.02.09**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof. Zenga Prof.ssa Cazzaro Prof. Zini

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

- 1) Si consideri un campione casuale di ampiezza n da una variabile casuale X (Binomiale) avente la seguente funzione di densità di probabilità:

$$P(X = x) = \begin{cases} \binom{10}{x} \cdot \vartheta^x (1 - \vartheta)^{10-x} & x = 0, 1, \dots, 10 \quad 0 \leq \vartheta \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Si stabilisca se la famiglia di distribuzioni con funzione di densità di probabilità $P(X = x)$ è una famiglia esponenziale.
- Si determini uno stimatore di ϑ applicando sia il metodo dei momenti che quello della massima verosimiglianza.
- Si dica, giustificando le risposte, se lo stimatore di massima verosimiglianza di ϑ sia corretto e/o consistente per il parametro ϑ di X .
- Si verifichi se la varianza dello stimatore di massima verosimiglianza di ϑ raggiunge il limite inferiore di Rao-Cramer.

- 2) Per un carattere X si sono rilevate 180 osservazioni, ottenendo i seguenti risultati:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	1	1	92	34	33	50

- a) Si dica se il fenomeno è ben descritto dalla seguente distribuzione ($\alpha = 0,05$):

$$P\{X = x\} = \begin{cases} \frac{x^2 - x + 1}{76} & x = 1, 2, \dots, 6 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- b) Si determini un intervallo di confidenza al 96% asintotico per $E(X)$.

- 3) Ad un concorso pubblico consegnano la prova scritta 9300 persone delle quali il 65% sono diplomati e il restante 35% sono laureati. Per avere un'idea preliminare dell'esito della prova, si scelgono a caso 380 elaborati svolti da diplomati e 290 elaborati svolti da laureati. Di questi, risultano sufficienti 241 elaborati svolti da diplomati e 169 elaborati svolti da laureati.

- Si può ritenere che la frequenza relativa di sufficienti sia la medesima per i diplomati e per i laureati ($\alpha = 0,05$)?
- Nell'universo statistico dei diplomati, si determini l'intervallo di confidenza al 91% per la frequenza relativa di insufficienti.
- Nell'universo statistico dei laureati, si verifichi l'ipotesi che la frequenza relativa di sufficienti sia pari al 50%, con alternativa bilaterale ($\alpha = 0,05$).