

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia
MATEMATICA GENERALE II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 7 febbraio 2007

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:

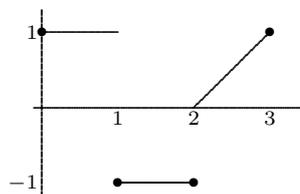
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): 21 + 12 = 33.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. La serie geometrica $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(2 + \frac{1}{\log x}\right)^n$ *a* converge se $x > 0, x \neq 1$; *b* converge se $0 < x < 1$; *c* diverge se $0 < x \leq \frac{1}{e}$; *d* nessuna delle altre tre affermazioni è corretta.

2. Si consideri la funzione $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, il cui grafico è



Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

- a* $\int_0^3 f(x)dx \neq 0$;
 b f non assume il suo valor medio, in alcun punto di $[0, 3]$;
 c f è Riemann-integrabile in $[0, 1]$, ma non in $[0, 3]$;
 d f è Riemann-integrabile in $[1, 2]$, ma non in $[0, 3]$.
3. Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = -5$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?
- a* $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -5$;
 b nessuna delle altre risposte è giusta;
 c $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n |a_k| = 5$;
 d $a_n < 0$, definitivamente per $n \rightarrow +\infty$.

4. Quale delle seguenti funzioni ha integrale improprio convergente, nell'intervallo $(-\infty, 0]$?

a $\frac{e^x}{-1+x}$; b $\frac{e^{-x}}{-1+x}$; c $\frac{e^{|x|}}{-1+x}$; d nessuna delle tre.

5. Sia $I = \int_0^5 f(x)dx$. Allora vale $\int_0^1 f(5x)dx =$ a $10I$; b $\frac{I}{5}$; c $5I$; d I .

6. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a f è Riemann-integrabile se e solo se è continua;

b f è Riemann-integrabile se è continua;

c f è Riemann-integrabile solo se è continua;

d nessuna delle altre.

7. Siano \mathbf{A} e \mathbf{B} matrici quadrate dello stesso ordine n ; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a \mathbf{A} e \mathbf{B} sono entrambe singolari se e solo se \mathbf{AB} è singolare;

b \mathbf{A} e \mathbf{B} sono entrambe non singolari se e solo se \mathbf{AB} è non singolare;

c \mathbf{A} e \mathbf{B} sono entrambe non singolari se e solo se $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ è non singolare;

d nessuna delle altre tre affermazioni è corretta.

8.

- (i) Si enunci, specificando le ipotesi occorrenti (**2 punti**), e si dimostri (**4 punti**), la *condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza della matrice inversa*.

Enunciato:

Dimostrazione:

- (ii) Si determini se il sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, ove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -7 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, è possibile o impossibile; se è possibile, lo si risolva (**6 punti**).