COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia
MATEMATICA GENERALE II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)
Prova scritta del 24 gennaio 2007

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Sia f definita da $f(x) = \log(1+2x)$; allora, la serie di MacLaurin di f è (sono indicati solo i primi tre termini):

$\boxed{a}$ $x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \cdots$

$\boxed{b}$ $2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3 + \cdots$

$\boxed{c}$ $-2x - 2x^2 - \frac{8}{3}x^3 + \cdots$

$\boxed{d}$ $2x - 4x^2 + 8x^3 + \cdots$

2. Si consideri la funzione integrale $F(x) = \int_x^0 \log(1+t^2)dt$; allora $F'(2)$ $\boxed{a}$ $= -4\log 5$ $\boxed{b}$ $= \log 5$; $\boxed{c}$ $= 2\log 5$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

3. Sia I un intervallo, $I \subseteq I\!R$, e sia $f : I \to I\!R$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ f ha primitive in I se e solo se è continua in I;

$\boxed{b}$ f ha primitive in I solo se è continua in I;

$\boxed{c}$ f ha primitive in I solo se ha la proprietà dei valori intermedi (o *di Darboux*) in I;

$\boxed{d}$ se f ha primitive in I allora non ha discontinuità di seconda specie in I.

4. Si considerino le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 8 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$; allora l'elemento di posto $(2,1)$ della matrice $\left(\mathbf{AB}^T\right)^{-1}$ è $\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

5. Siano $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ matrici di ordine n; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ se $\mathbf{AB}$ è singolare, allora $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ sono singolari;

$\boxed{b}$ se $\mathbf{A}$ o $\mathbf{B}$ è singolare, allora $\mathbf{AB}$ è singolare;

$\boxed{c}$ se $\mathbf{A}$ è invertibile, allora $\mathbf{AB}$ è non singolare;

$\boxed{d}$ se $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ sono non nulle, allora $\mathbf{AB}$ è non singolare.

6. Sia $f : [0,1] \to I\!R$, Riemann integrabile in $[0,1]$ e tale che $\int_0^1 f(x)dx = 6$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $f(x) \geq 0 \;\; \forall x \in [0,1]$;

$\boxed{b}$ esiste $\overline{x} \in [0,1]$ tale che $f(\overline{x}) = 6$;

$\boxed{c}$ $f(x) \leq 6 \; \forall x \in [0,1]$;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre affermazioni è corretta.

7. Quale, delle seguenti funzioni, ha integrale di Riemann improprio convergente, nell'intervallo $(-\infty, 0]$?

$\boxed{a}$ e^{x^2+x}; $\quad \boxed{b}$ e^{x^3+x}; $\quad \boxed{c}$ e^{x^2-x}; $\quad \boxed{d}$ e^{x^4-x}.

8.

(i) Si enuncino almeno due criteri sufficienti per la convergenza di una serie numerica **(2 punti)**; si enunci e dimostri la condizione necessaria di convergenza per una serie numerica **(4 punti)**.

Criteri:

Condizione necessaria di convergenza:

(ii) In dipendenza dal parametro reale x, si determini il carattere della serie sottoscritta **(3 punti)**; in caso di serie convergente, se ne calcoli la somma **(2 punti)**; esistono valori di x per i quali la somma valga 2, oppure $\frac{1}{4}$? **(1 punto)**:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (e^x - 1)^n$$