

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia
MATEMATICA GENERALE II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 11 settembre 2006

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Quale, delle seguenti, è la serie di MacLaurin della funzione $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ (sono indicati solo i primi tre termini)?

a $1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + \dots$; *b* $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$;
 c $1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \dots$; *d* nessuna delle altre.

2. Sia \mathbf{A} matrice di ordine n ; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a $\text{Det}\mathbf{A} = 0 \Rightarrow r(\mathbf{A}) = n - 1$;
 b $\text{Det}\mathbf{A} \neq 0 \Rightarrow r(\mathbf{A}) = n - 1$;
 c nessuna delle altre;
 d $r(\mathbf{A}) < n \Rightarrow \text{Det}\mathbf{A} = 0$.

3. Sia $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; allora $r(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T)$

a non esiste; *b* = 1; *c* = 2; *d* = 3.

4. Sia $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, Riemann integrabile in $[0, 2]$ e tale che $\int_0^2 f(x)dx = 4$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0, 2]$;
 b esiste $\bar{x} \in [0, 2]$ tale che $f(\bar{x}) = 2$;
 c $f(x) \leq 4 \quad \forall x \in [0, 2]$;
 d nessuna delle altre tre affermazioni è corretta.

5. Si consideri la successione $\{a_n\}_0^{+\infty}$, definita da $a_n = \frac{3n+4}{n+1}$; quale delle seguenti affermazioni è **falsa**?

a la successione è strettamente decrescente;

b $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$;

c la successione non è limitata;

d la successione non è divergente.

6. $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$ *a* $= -\infty$; *b* $= -1$; *c* $= 1$; *d* nessuna delle altre tre risposte è giusta.

7. Sia $I = \int_0^1 f(x) dx$. Allora vale $\int_0^{\frac{1}{3}} f(3x) dx =$ *a* $3I$; *b* $\frac{I}{3}$; *c* $-3I$; *d* I .

8.

(i) Si enunci, specificando le ipotesi occorrenti (**2 punti**) e si dimostri (**4 punti**) la *condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza della matrice inversa* (**tutto** il teorema, compresa la dimostrazione della formula della matrice inversa!).

(ii) Si enunci la *regola di Cramer* (**2 punti**).

(iii) Si risolva il sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, ove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (4 punti).