COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 18 luglio 2006

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

---

1. Quale, delle seguenti, è la serie di MacLaurin della funzione $f(x) = e^{-x}$?

$\boxed{a}$ nessuna delle altre; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n!}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n} \frac{x^n}{n!}$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$.

2. Siano $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ matrici di ordine n; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $\mathrm{Det}(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \mathrm{Det}(\mathbf{A}) + \mathrm{Det}(\mathbf{B})$;

$\boxed{b}$ $\mathbf{AB}$ può essere invertibile, anche se $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ sono non invertibili;

$\boxed{c}$ nessuna delle altre;

$\boxed{d}$ se $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ sono invertibili, allora anche $\mathbf{AB}$ è invertibile.

3. Siano $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$; allora $\mathrm{Det}(\mathbf{AB}^T)$

$\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ $= 0$; $\boxed{c}$ $= 1$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre risposte è giusta.

4. Sia $f : [a, b] \to I\!\!R$; $S(f, \mathcal{P})$ / $s(f, \mathcal{P})$ indichi la somma superiore / inferiore di f relativa alla partizione $\mathcal{P}$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $s(f, \mathcal{P}) < S(f, \mathcal{P})$;

$\boxed{b}$ $s(f, \mathcal{P}) = S(f, \mathcal{P})$;

$\boxed{c}$ $\sup_{\mathcal{P}} s(f, \mathcal{P}) = \inf_{\mathcal{P}} S(f, \mathcal{P})$;

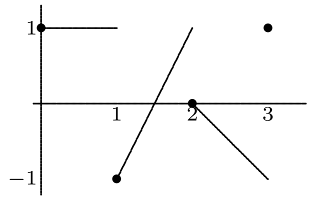
$\boxed{d}$ f continua $\Rightarrow$ $\sup_{\mathcal{P}} s(f, \mathcal{P}) = \inf_{\mathcal{P}} S(f, \mathcal{P})$.

5. Quale, delle seguenti funzioni, ha integrale di Riemann improprio convergente, nell'intervallo $[0, +\infty)$?

$\boxed{a}$ $e^{x-\sqrt{x}}$; $\boxed{b}$ $e^{x+\sqrt{x}}$; $\boxed{c}$ e^{x^2-x}; $\boxed{d}$ $e^{\sqrt{x}-x}$.

6. Si consideri la funzione integrale $F(x) = \int_0^x \log(1+\sqrt{t})dt$; allora $F'(4)$ $\boxed{a}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta; $\boxed{b}$ $= \frac{1}{2}\log 3$; $\boxed{c}$ non esiste; $\boxed{d}$ $= \log 3$.

7. Si consideri la funzione $f : [0, 3] \to I\!R$, il cui grafico è



Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $\int_0^3 f(x)dx = 0$;

$\boxed{b}$ f è Riemann-integrabile in $[0, 3]$;

$\boxed{c}$ f è Riemann-integrabile in $[0, 1]$, ma non in $[0, 3]$;

$\boxed{d}$ f è Riemann-integrabile in $[1, 2]$, ma non in $[0, 3]$.

8.

(i) Si enunci **(3 punti)** e si dimostri **(3 punti)** il *Teorema del valor medio* (o *della media integrale*), sia nel caso generale, che nel caso particolare.

Enunciato:

Dimostrazione:

(ii) Si determini il valor medio della funzione $f(x) = xe^x$ nell'intervallo $[-2, 4]$ **(4 punti)**; tale valor medio è assunto dalla funzione? in quanti punti? (*si motivino, opportunamente, le risposte*) **(2 punti)**.