

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

*Firma:*

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia  
MATEMATICA GENERALE II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 28 giugno 2006

**Tempo a disposizione:** 1 ora e 30 minuti

**Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:**

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

**Per la domanda numero 8:**

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

**Totale punti** disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33.**

**Attenzione:** è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Sia  $f$  definita da  $f(x) = \log(1 + 4x)$ ; allora, la serie di MacLaurin di  $f$  è (sono indicati solo i primi tre termini):

- $a$        $x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots$   
  $b$       nessuna delle altre  
  $c$        $4x - 8x^2 + \frac{64}{3}x^3 + \dots$   
  $d$        $-4x + 8x^2 - 64x^3 + \dots$

2. Indichiamo con  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  il prodotto interno (o scalare) tra vettori di  $\mathbb{R}^n$ . Si considerino i vettori

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$ ; allora  $\langle 2\mathbf{x} - \mathbf{y}, \mathbf{z} \rangle$    $a$  = 12;   $b$  = 0;   $c$  è un numero diverso da zero, ma non è 12;   $d$  non è possibile calcolare tale prodotto interno.

3. Siano:  $\mathbf{A}$  matrice di ordine  $n$  e  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ ; allora il sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

- $a$  ha soluzione se e solo se  $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ ;  
  $b$  ha soluzione se e solo se  $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ ;  
  $c$  ha sempre soluzione;  
  $d$  ha soluzione, o no, a seconda di  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{b}$ ;

4.  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{7^n} =$

- $a$  1;        $b$   $\frac{4}{3}$ ;        $c$   $\frac{7}{3}$ ;        $d$   $\alpha$ , con  $0 < \alpha < 1$ .

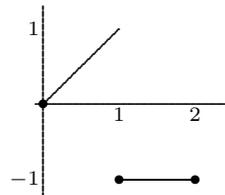
5. Il valore medio della funzione  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ , nell'intervallo  $[0, 2\sqrt{2}]$  è

- a  $\frac{26}{3\sqrt{2}}$ ;       b  $\frac{26}{\sqrt{8}}$ ;       c  $\frac{26}{6\sqrt{2}}$ ;       d 0.

6. Sia  $\{a_n\}$  una generica successione numerica; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

- a se  $\{a_n\}$  è limitata, allora è convergente;  
 b se  $\{a_n\}$  è monotona, allora è convergente;  
 c se  $\{a_n\}$  è convergente, allora è limitata;  
 d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

7. Si consideri la funzione  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ , il cui grafico è



Quale delle seguenti affermazioni è **falsa**?

- a  $\exists c \in [0, 2] : f(c) = \text{valor medio di } f \text{ in } [0, 2]$ ;  
 b non esiste il valor medio di  $f$  in  $[0, 2]$ , perché  $f$  non è continua;  
 c  $f$  è Riemann-integrabile in  $[0, 2]$ ;  
 d il valor medio di  $f$  in  $[0, 2]$  è  $-\frac{1}{4}$ .

8.

(i) Si consideri il generico sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{A}$  matrice di tipo  $m \times n$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ .

Si riportino le seguenti definizioni: (4 punti)

- *sistema possibile* (o *consistente* o *compatibile*);
- *sistema impossibile* (o *inconsistente* o *incompatibile*);
- *sistema determinato*;
- *sistema indeterminato*.

**Definizioni:**

- (ii) In dipendenza dal parametro reale  $k$ , si determini se il seguente sistema è possibile o impossibile; se è possibile, lo si risolva. **(8 punti)**

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad \text{ove} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ k \\ 0 \end{bmatrix}$$