COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 12 giugno 2006

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

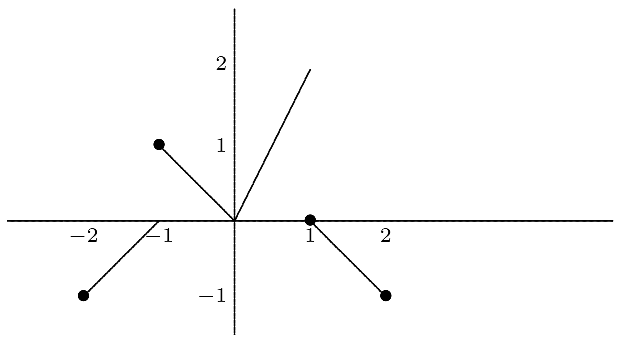
Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}\right)$ $\boxed{a}$ diverge; $\boxed{b}$ converge ed ha somma negativa; $\boxed{c}$ converge ed ha somma 1; $\boxed{d}$ converge ed ha somma positiva, diversa da 1.

2. Sia $f : [-2, 2] \to I\!R$ la funzione



allora $\int_{-2}^{2} f(x)dx$

$\boxed{a}$ $=\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $= 0$; $\boxed{c}$ non esiste; $\boxed{d}$ nessuna delle altre risposte è giusta.

3. L'elemento di posto $(2, 3)$ della matrice $\mathbf{A}^{-1}$, ove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ $\boxed{a}$ è $\frac{6}{29}$; $\boxed{b}$ è $-\frac{9}{29}$; $\boxed{c}$ non esiste; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

4. Il rango della matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 10 & 6 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ $\boxed{a}$ è uguale a 2; $\boxed{b}$ non esiste; $\boxed{c}$ è uguale a 3; $\boxed{d}$ è uguale a 1.

5. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{-\infty} \frac{1}{1-2e^{-x}}dx$ $\boxed{a}$ diverge a $+\infty$; $\boxed{b}$ converge ad un valore negativo; $\boxed{c}$ converge ad un valore positivo; $\boxed{d}$ diverge a $-\infty$.

6. Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $a_n = n!$ è infinito di ordine superiore a $b_n = n^{12345}$;

$\boxed{b}$ $a_n = e^n$ è infinito di ordine superiore a $b_n = n!$;

$\boxed{c}$ $a_n = e^n$ è infinito non comparabile rispetto a $b_n = n^{101}$;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

7. Sia $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una generica serie numerica; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ se $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, allora $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$;

$\boxed{b}$ se $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, allora converge $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$;

$\boxed{c}$ se $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$ converge, allora converge $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

8.

(i) Si enunci, specificando le ipotesi occorrenti **(1 punto)**, si dimostri **(2 punti)** e si fornisca un esempio esplicativo **(1 punto)** del *metodo di integrazione per parti.*

Enunciato:

Dimostrazione:

Esempio:

(ii) Si determini l'integrale indefinito della funzione $f(x) = \dfrac{5}{x^2 - x - 6}$ **(2 punti)**.

Si calcoli $\displaystyle\int_4^5 \frac{5}{x^2 - x - 6} dx$ **(2 punti)**.

(iii) Si ricordi, in dipendenza dai parametri reali α e β, il carattere della *serie armonica generalizzata* $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha (\log n)^\beta}$ **(2 punti)**; si dimostri il caso $\alpha = 1, \beta = 0$ **(2 punti)**.