COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)

Seconda prova parziale – 12 giugno 2006

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

---

1. Indichiamo con $< \cdot, \cdot >$ il prodotto interno (o scalare) tra vettori di $I\!R^n$. Si considerino i vettori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ \alpha \end{bmatrix} \in I\!R^3$ $(\alpha \in I\!R)$; allora $< \mathbf{x} + 2\mathbf{y}, \mathbf{z} >= 0$ $\boxed{a}$ se e solo se $\alpha = -4$; $\boxed{b}$ se e solo se $\alpha = 0$; $\boxed{c}$ per ogni $\alpha \in I\!R$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

2. Quale è l'elemento di posto $(2, 1)$ della matrice $\left(\mathbf{A}\mathbf{B}^T\right)^{-1}$, ove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}?$$

$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ non esiste.

3. Il sistema lineare $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$ $\boxed{a}$ è determinato; $\boxed{b}$ è impossibile (inconsistente); $\boxed{c}$ è indeterminato; $\boxed{d}$ ha esattamente due soluzioni.

4. Si considerino le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$; allora il rango della matrice $\mathbf{A} - \mathbf{B}^T$ è

$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ non esiste.

5. Quale, delle seguenti funzioni, **non** è integrabile elementarmente?

$\boxed{a}$ $\displaystyle\int xe^{-x^2}dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int e^{x^2}dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int xe^{x^2}dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int xe^{x}$.

6. Sia $f(x) = \dfrac{2x-3}{x^2+3x+2}$; quale delle seguenti affermazioni è vera?

$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = 7\log\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = 7\log 3 - 12\log 2$;

$\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = 12\log\frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

7. Si consideri la regione limitata di piano, compresa tra l'asse delle ascisse, le rette $x = \frac{1}{e}$ e $x = e$ ed il grafico della funzione $f(x) = x^2 \log x$; l'area di tale regione è

$\boxed{a}$ $\dfrac{2e^3}{9}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{2}{9}(e^3+1)$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

8.

(i) Si ricordi la definizione di *integrale di Riemann improprio* o *generalizzato* per funzioni limitate definite su intervalli illimitati **(2 punti)**; si ricordi il criterio di convergenza / divergenza basato sull'ordine di infinitesimo **(2 punti)**.

Definizione:

Criterio:

(ii) *Giustificando opportunamente le risposte*, si determini quale o quali delle seguenti funzioni hanno integrale di Riemann improprio convergente, nell'intervallo a lato indicato **(4 punti)**

$$f(x) = \frac{x-2}{x^3 + 2x + \sqrt{x+1}} \quad \text{in } [0, +\infty) \qquad\qquad g(x) = \frac{1}{x \log x} \quad \text{in } [2, +\infty)$$

(iii) Si ricordi la definizione di *rango* di una matrice di tipo $m \times n$ e l'enunciato del *Teorema di Rouché Capelli* **(4 punti)**.

Rango:

Teorema di Rouché-Capelli:

COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo II EcoCom E-O/P-Z (Prof.ssa G.Carcano)

Seconda prova parziale – 12 giugno 2006

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

---

1. Si consideri la regione limitata di piano, compresa tra l'asse delle ascisse, le rette $x = \frac{1}{e}$ e $x = e$ ed il grafico della funzione $f(x) = x^2 \log x$; l'area di tale regione è

$\boxed{a}$ nessuna delle altre; $\boxed{b}$ $\dfrac{2e^3}{9}$; $\boxed{c}$ $\dfrac{2}{9}(1 - \dfrac{2}{e^3})$; $\boxed{d}$ 0.

2. Quale, delle seguenti funzioni, **non** è integrabile elementarmente?

$\boxed{a}$ $\displaystyle\int xe^{-x^2} dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int xe^{x^2} dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int xe^{x}$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int e^{x^2} dx$.

3. Indichiamo con $< \cdot, \cdot >$ il prodotto interno (o scalare) tra vettori di $\mathbb{R}^n$. Si considerino i vettori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, e $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ \alpha \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$ $(\alpha \in \mathbb{R})$; allora $< 2\mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{z} >= 0$ $\boxed{a}$ se e solo se $\alpha = -4$; $\boxed{b}$ se e solo se $\alpha = 0$; $\boxed{c}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

4. Si considerino le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$; allora il rango della matrice $\mathbf{A} - \mathbf{B}^T$ è

$\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{c}$ 3.

5. Quale è l'elemento di posto $(1,2)$ della matrice $\left(\mathbf{A}^T\mathbf{B}\right)^{-1}$, ove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}?$$

$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ non esiste; $\boxed{d}$ $\dfrac{1}{2}$.

6. Sia $f(x) = \dfrac{3x-1}{x^2+3x+2}$; quale delle seguenti affermazioni è vera?

$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = 7\log\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = 11\log\frac{2}{3}$;

$\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = 7\log 3 - 11\log 2$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

7. Il sistema lineare $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$ $\boxed{a}$ è indeterminato; $\boxed{b}$ è determinato; $\boxed{c}$ è impossibile (inconsistente); $\boxed{d}$ ha esattamente due soluzioni.

8.

(i) Si ricordi la definizione di *integrale di Riemann improprio* o *generalizzato* per funzioni limitate definite su intervalli illimitati **(2 punti)**; si ricordi il criterio di convergenza / divergenza basato sull'ordine di infinitesimo **(2 punti)**.

Definizione:

Criterio:

(ii) *Giustificando opportunamente le risposte*, si determini quale o quali delle seguenti funzioni hanno integrale di Riemann improprio convergente, nell'intervallo a lato indicato **(4 punti)**

$$f(x) = \frac{2x-5}{2x^3+x+\sqrt{x+2}} \quad \text{in } [0,+\infty) \qquad\qquad g(x) = \frac{1}{x\log x} \quad \text{in } [2,+\infty)$$

(iii) Si ricordi la definizione di *rango* di una matrice di tipo $m \times n$ e l'enunciato del *Teorema di Rouché Capelli* **(4 punti)**.

Rango:

Teorema di Rouché-Capelli: