

Matematica generale II 24/1/2006

Esercizio 1

1. Enunciare il Teorema di Cramer.
2. Il sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ con \mathbf{A} di tipo 3×4 ammette soluzioni? Tale sistema può essere determinato? Rispondere giustificando.
3. Calcolare, al variare del parametro reale k , il rango della matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ k & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

4. Discutere, al variare del parametro reale k , il seguente sistema:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ kx_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

5. Risolvere il sistema lineare del punto 4 per $k = 0$.

Esercizio 2

1. Dare la definizione di serie convergente.
2. Enunciare una condizione necessaria, ma non sufficiente, per la convergenza di una serie, e fare un esempio (diverso dalla serie armonica).

3. Stabilire il carattere della serie: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{3^n}}$

4. Studiare la convergenza e la convergenza assoluta della serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2+1}$.

Esercizio 3

1. Dare la definizione di funzione integrale.
2. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.
3. Determinare una primitiva di $f(x) = \frac{1}{x \log^3 x}$ che sia infinitesima per $x \rightarrow +\infty$.

4. Calcolare

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x \log^3 x} dx.$$

5. (*facoltativo*) Per quali valori di x è derivabile la funzione $F(x) = \int_0^x \sqrt{t} dt$?