

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

*Firma:*

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B EcoCom E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 13 settembre 2005

**Tempo a disposizione:** 1 ora e 30 minuti

**Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:**

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

**Per la domanda numero 8:**

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

**Totale punti** disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33.**

**Attenzione:** è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Si consideri la funzione integrale  $F(x) = \int_0^x \log(1+t^2)dt$ ; allora  $F'(2)$    $a$  =  $4 \log 5$ ;   $b$  =  $\log 5$ ;  
  $c$  =  $2 \log 5$ ;   $d$  non esiste.

2. Sia  $f$  definita da  $f(x) = \log(1+2x)$ ; allora, la serie di MacLaurin di  $f$  è (sono indicati solo i primi tre termini):

$a$   $x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots$

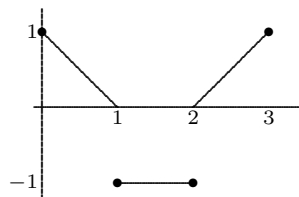
$b$   $2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3 + \dots$

$c$   $-2x - 2x^2 - \frac{8}{3}x^3 + \dots$

$d$   $2x - 4x^2 + 8x^3 + \dots$

3. La serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{e^n}$    $a$  nessuna delle altre tre risposte è giusta;   $b$  diverge a  $+\infty$ ;   $c$  converge e ha somma  $S > 0$ ;   $d$  converge e ha somma  $S = 0$ .

4. Si consideri la funzione  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ , il cui grafico è



Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

- a  $\int_0^3 f(x)dx \neq 0$  ;  
 b  $f$  è Riemann-integrabile in  $[0, 1]$ , ma non in  $[0, 3]$  ;  
 c  $f$  è Riemann-integrabile in  $[1, 2]$ , ma non in  $[0, 3]$  ;  
 d  $f$  è Riemann-integrabile in  $[0, 3]$  .

5. Indichiamo con  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  il prodotto interno (o scalare) tra vettori di  $\mathbb{R}^n$ . Si considerino i vettori

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$ ; allora  $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 0$   a se e solo se  $\alpha = 1$ ;  b se e solo se  $\alpha = 0$ ;

c per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;  d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

6. Quale è l'elemento di posto  $(2, 3)$  della matrice  $\mathbf{AB}^T$ , ove  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ?

a 10;  b 0;  c -4;  d nessuna delle altre risposte è giusta.

- 7.

$\int_2^3 \frac{x}{x-1} dx =$   a  $\log 2$ ;  b  $\log 3$ ;  c 1;  d nessuna delle altre.

**8.**

- (i) Si enunci (**3 punti**) e si dimostri (**3 punti**) il *Teorema del valor medio* (o *della media integrale*), sia nel caso generale, che nel caso particolare.

**Enunciato:**

**Dimostrazione:**

- (ii) Si determini il valor medio della funzione  $f(x) = x \log x$  nell'intervallo  $[1, 3]$  (**4 punti**); tale valor medio è assunto dalla funzione? in quanti punti? (*si motivino, opportunamente, le risposte*) (**2 punti**).