

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia
MATEMATICA GENERALE Modulo B EcoCom E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)
Prova scritta del 11 luglio 2005

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

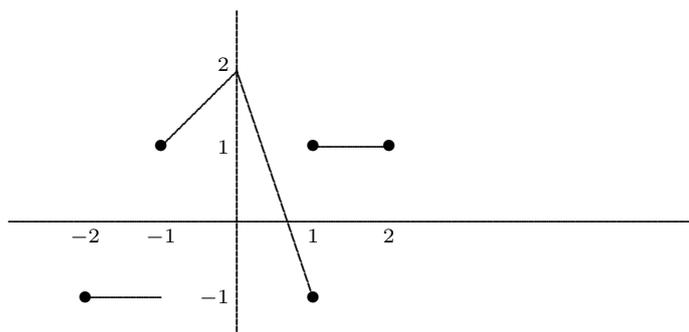
Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Si consideri la successione definita per ricorrenza $\begin{cases} a_0 \in \mathbb{R} \\ a_{n+1} = 2 - \frac{a_n}{2} \end{cases}$; allora $\{a_n\}$ è divergente, per ogni $a_0 \neq \frac{4}{3}$; $\{a_n\}$ è convergente, per $a_0 < \frac{4}{3}$, divergente, per $a_0 > \frac{4}{3}$; $\{a_n\}$ è convergente, per ogni a_0 , ed il limite è lo stesso, per ogni a_0 ; $\{a_n\}$ è oscillante, per ogni $a_0 \neq \frac{4}{3}$.
2. Quale, delle seguenti, è la serie di MacLaurin della funzione $f(x) = \ln(1 - x)$?

$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$; $-\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$; $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$; nessuna delle altre.

3. Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione



allora $\int_{-2}^2 f(x)dx =$ 0; 2; $\frac{13}{3}$; nessuna delle altre.

4. Il complemento algebrico dell'elemento a_{32} della matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ è

a 6; b -9; c 0; d nessuna delle altre.

5. L'integrale improprio o generalizzato $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$

a diverge a $+\infty$; b diverge a $-\infty$; c è oscillante; d converge ad un valore positivo.

(attenzione: NON calcolate l'integrale, ma utilizzate i criteri)

6. Siano: \mathbf{A} matrice triangolare superiore di ordine n , \mathbf{B} matrice triangolare inferiore di ordine n ; allora il prodotto \mathbf{AB} a è triangolare superiore; b nessuna delle altre tre risposte è giusta; c è triangolare inferiore; d è non singolare.

7. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

a il rango si può definire solo per matrici quadrate;
 b se \mathbf{A} ha un minore non nullo di ordine k , allora $r(\mathbf{A}) = k$;
 c se \mathbf{A} ha un minore non nullo di ordine k , allora $r(\mathbf{A}) \geq k$;
 d una matrice di ordine 3×4 può avere rango 4.

8.

(i) Si riportino le seguenti definizioni e, per ognuna, si dia un esempio: **(6 punti)**

- *serie numerica convergente;*

- *serie numerica divergente;*

- *serie numerica oscillante o indeterminata;*

(ii) Si determini, in dipendenza dal parametro reale α , il carattere della *serie armonica generalizzata*

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha} \quad \text{(6 punti, di cui 2 l'enunciato e 4 la dimostrazione).}$$