

MATEMATICA GENERALE

Modulo B - ECOAMM (Ii-Z)

Prof. Annaratone

9 giugno 2005

- 1) i) Dare la definizione di convergenza di una serie.
ii) Enunciare e dimostrare una condizione necessaria per la convergenza di una serie.
iii) Data la serie

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$$

stabilire se converge e, in caso affermativo calcolarne la somma.

- 2) i) Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale
ii) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & x \leq 0 \\ \frac{1}{2x+1} - 1 & x > 0 \end{cases}$$

- a) stabilire se la funzione è integrabile secondo Riemann nell'intervallo $[-3,3]$
b) calcolare

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt .$$

- c) stabilire se esiste l'integrale improprio $\int_{-\infty}^0 f(x) dx$ e, qualora esista, calcolarne il valore.

- 3) i) Enunciare una condizione sufficiente per l'esistenza della matrice inversa.

- ii) Siano A e B due matrici. Supposto che $\det A \cdot B = 1$ si può dedurre che $\det A = \frac{1}{\det B}$.

Giustificare la risposta.

- iii) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -k & 1 & 0 \\ 2 & -2 & k+1 \\ -k & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Stabilire per quali valori di k esiste la matrice inversa A^{-1} .
b) Dato il sistema omogeneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ stabilire per quali valori di k il sistema ammette soluzioni diverse dalla soluzione nulla e in questo caso calcolare il rango della matrice A .
c) Risolvere il sistema per $k = -1$.