

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia
MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)
Prova scritta del 8 giugno 2005

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

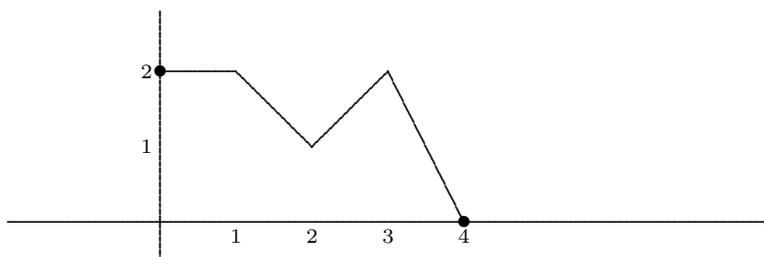
Totale punti disponibili (in trentesimi): 21 + 12 = 33.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

- a* se f non è continua, allora non è Riemann-integrabile;
 b f è Riemann-integrabile solo se è limitata
 c f è Riemann-integrabile se e solo se ha un numero finito di discontinuità;
 d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

2. Sia $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, come nel grafico. Esiste uno (o più) punto/i x in cui f assume il valor medio?



- a* sì, uno ed uno solo; *b* sì, tre punti; *c* sì, due punti; *d* no, nessun punto.

3. Siano \mathbf{A} e \mathbf{B} matrici di ordine n ; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

- a* se \mathbf{AB} è singolare, allora \mathbf{A} e \mathbf{B} sono singolari;
 b se \mathbf{A} è invertibile, allora \mathbf{AB} è non singolare;
 c se \mathbf{A} e \mathbf{B} sono non nulle, allora \mathbf{AB} è non singolare;
 d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

4. Sia $k \in \mathbb{R}$ e si consideri la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & -2k & -1 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$; quale delle seguenti affermazioni è

vera?

- a \mathbf{A} è invertibile se $k \neq 0$;
- b \mathbf{A} è singolare se $k = 0$;
- c \mathbf{A} è invertibile se $k \neq -1$;
- d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

5. Il prodotto di due matrici triangolari di ordine n è sempre una matrice triangolare; è vero? a
sì, sempre; b no, mai; c dipende se le due matrici sono, o no, triangolari entrambe superiori
od entrambe inferiori; d dipende da n .

6. Quale delle seguenti affermazioni è **vera?**

- a $a_n = n!$ è infinito di ordine superiore a $b_n = n^n$;
- b $a_n = e^n$ è infinito di ordine superiore a $b_n = n!$;
- c $a_n = n^n$ è infinito non comparabile rispetto a $b_n = n!$;
- d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

7. Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = -2$; quale delle seguenti affermazioni è **vera?**

- a $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -2$;
- b $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n |a_k| = 2$;
- c $a_n < 0$, definitivamente per $n \rightarrow +\infty$;
- d nessuna delle altre risposte è giusta.

8.

- (i) Si enunci (**3 punti**) e si dimostri (**3 punti**) il *Teorema fondamentale del calcolo integrale* (per l'enunciato, è richiesto il caso generale, per la dimostrazione, è sufficiente il caso particolare)

Enunciato:

Dimostrazione:

- (ii) Sia $f(x) = x \log(1 + \sqrt{x})$; si determini la funzione integrale F , di f , con punto iniziale $x_0 = 1$ (**2 punti**); si determini l'equazione della retta tangente a $F(x)$ nel suo punto di ascissa 1 (**4 punti**)