COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B EcoCom E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)

Seconda prova parziale – 8 giugno 2005

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

---

1. Si consideri la funzione integrale $F(x) = \int_{2\log x}^{0} e^{t^2}\,dt$; allora l'equazione della retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa 1 è

$\boxed{a}$ $y = 1 - x$; $\boxed{b}$ $y = 2(1 - x)$; $\boxed{c}$ $y = 2e(1 - x)$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

2. L'integrale improprio o generalizzato $\int_{0}^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 1}\,dx$ $\boxed{a}$ diverge a $+\infty$; $\boxed{b}$ converge a $\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ converge a 1 ; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre affermazioni è corretta.

3. Si consideri la regione limitata di piano, compresa tra l'asse delle ascisse, le rette $x = 2$ e $x = 6$ ed il grafico della funzione $y = \frac{x-4}{x+1}$; l'area di tale regione è

$\boxed{a}$ $4 - 5\log\frac{7}{3}$; $\boxed{b}$ $5 - 4\log\frac{7}{3}$; $\boxed{c}$ $10\log 5 - 5\log 7$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

4. Sia I un intervallo, $I \subseteq \mathbb{R}$, e sia $f : I \to \mathbb{R}$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ f ha primitive in I se e solo se è continua in I;

$\boxed{b}$ f ha primitive in I solo se è continua in I;

$\boxed{c}$ f ha primitive in I solo se ha la proprietà dei valori intermedi (o *di Darboux*) in I;

$\boxed{d}$ se f ha primitive in I allora non ha discontinuità di seconda specie in I.

5. Siano $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ matrici quadrate dello stesso ordine n; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ sono entrambe non singolari se e solo se $\mathbf{AB}$ è non singolare;

$\boxed{b}$ $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ sono entrambe singolari se e solo se $\mathbf{AB}$ è singolare;

$\boxed{c}$ $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ sono entrambe non singolari se e solo se $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ è non singolare;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre affermazioni è corretta.

6. Si consideri il sistema lineare omogeneo $\mathbf{Ax}=\mathbf{0}$, $\mathbf{A}$ di tipo $(m\times n)$, $\mathbf{x}\in \mathbb{R}^n$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ il sistema è possibile (o compatibile, o consistente), se e solo se $m=n$;

$\boxed{b}$ il sistema è sempre possibile;

$\boxed{c}$ il sistema è determinato, se e solo se $m=n$;

$\boxed{d}$ il sistema è sempre determinato.

7. Si considerino le matrici $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 4 & 0 & 3\end{bmatrix}$ e $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & 3 & -1\\ -1 & 2 & 1\end{bmatrix}$; allora l'elemento di posto $(2,1)$ della matrice $\left(\mathbf{AB}^T\right)^{-1}$ è $\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

8.

(i) Si enunci, specificando le ipotesi occorrenti **(1 punto)**, si dimostri **(2 punti)** e si fornisca un esempio esplicativo **(1 punto)** del *metodo di integrazione per parti.*

Enunciato:

Dimostrazione:

Esempio:

(ii) Si enunci, specificando le ipotesi occorrenti **(1 punto)** e si dimostri **(3 punti)** la *condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza della matrice inversa.*

Enunciato:

Dimostrazione:

(iii) Si determini se il sistema $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, ove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, è possibile o impossibile **(4 punti)**.