

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

*Firma:*

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 31 marzo 2005

**Tempo a disposizione:** 1 ora e 30 minuti

**Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:**

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

**Per la domanda numero 8:**

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

**Totale punti** disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

**Attenzione:** è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Quale è l'elemento di posto  $(3, 2)$  della matrice  $\mathbf{BA}^T$ , ove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} ?$$

*a* non esiste;     *b* 11;     *c* 0;     *d* nessuna delle altre risposte è giusta.

2. L'integrale improprio  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2 + \sqrt{x} + 1}$

*a* converge;     *b* diverge a  $+\infty$ ;     *c* diverge a  $-\infty$ ;     *d* è oscillante.

(attenzione: NON calcolate l'integrale, ma utilizzate i criteri)

3. Sia  $\mathbf{A} \in \mathcal{M}(m \times n)$ ; allora il sistema  $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$   *a* ha infinite soluzioni se  $m > n$ ;  *b* ha infinite soluzioni se  $m < n$ ;  *c* ha sempre infinite soluzioni;  *d* ha sempre una e una sola soluzione.
4. L'espressione " $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0(\varepsilon)$  tale che  $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow |a_n| < \varepsilon$ ", significa  *a*  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente;  *b*  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = 0$ ;  *c*  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ ;  *d*  $\lim_{n \rightarrow +\infty} |a_n| = -\infty$ .
5. Una matrice triangolare non è mai invertibile; è vero?  *a* sì, sempre;  *b* no, mai;  *c* dipende dagli elementi sulla diagonale principale;  *d* dipende dagli elementi della prima riga.

6. Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a  $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow f(x) \geq 0$  in  $[a, b]$ ;

b  $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow f(x) > 0$  in  $[a, b]$ ;

c  $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow \exists x_0 \in [a, b] : f(x_0) > 0$ ;

d  $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow f$  ha massimo in  $[a, b]$ .

7. Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a  $e^{\frac{x}{2}} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$  ;

b  $e^{2x} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$  ;

c  $e^{-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n!}$  ;

d nessuna delle altre.

**8.**

- (i) Si enunci (**3 punti**) e si dimostri (**3 punti**) il *Teorema del valor medio* (o *della media integrale*), sia nel caso generale, che nel caso particolare.

**Enunciato:**

**Dimostrazione:**

- (ii) Si determini il valor medio della funzione  $f(x) = xe^x$  nell'intervallo  $[1, 3]$  (**3 punti**); tale valor medio è assunto dalla funzione? in quanti punti? (**3 punti**).