

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 31 marzo 2005

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Quale è l'elemento di posto $(3, 2)$ della matrice \mathbf{BA}^T , ove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} ?$$

a non esiste; *b* 11; *c* 0; *d* nessuna delle altre risposte è giusta.

2. L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2 + \sqrt{x} + 1}$

a converge; *b* diverge a $+\infty$; *c* diverge a $-\infty$; *d* è oscillante.

(attenzione: NON calcolate l'integrale, ma utilizzate i criteri)

3. Sia $\mathbf{A} \in \mathcal{M}(m \times n)$; allora il sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ *a* ha infinite soluzioni se $m > n$; *b* ha infinite soluzioni se $m < n$; *c* ha sempre infinite soluzioni; *d* ha sempre una e una sola soluzione.
4. L'espressione " $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0(\varepsilon)$ tale che $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow |a_n| < \varepsilon$ ", significa *a* $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è convergente; *b* $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = 0$; *c* $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$; *d* $\lim_{n \rightarrow +\infty} |a_n| = -\infty$.
5. Una matrice triangolare non è mai invertibile; è vero? *a* sì, sempre; *b* no, mai; *c* dipende dagli elementi sulla diagonale principale; *d* dipende dagli elementi della prima riga.

6. Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow f(x) \geq 0$ in $[a, b]$;

b $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow f(x) > 0$ in $[a, b]$;

c $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow \exists x_0 \in [a, b] : f(x_0) > 0$;

d $\int_a^b f(x)dx > 0 \Rightarrow f$ ha massimo in $[a, b]$.

7. Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a $e^{\frac{x}{2}} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$;

b $e^{2x} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$;

c $e^{-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n!}$;

d nessuna delle altre.

8.

- (i) Si enunci (**3 punti**) e si dimostri (**3 punti**) il *Teorema del valor medio* (o *della media integrale*), sia nel caso generale, che nel caso particolare.

Enunciato:

Dimostrazione:

- (ii) Si determini il valor medio della funzione $f(x) = xe^x$ nell'intervallo $[1, 3]$ (**3 punti**); tale valor medio è assunto dalla funzione? in quanti punti? (**3 punti**).