COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)

Prima prova parziale – 31 marzo 2005

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.
Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.
Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una generica serie numerica; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$ hanno lo stesso carattere;

$\boxed{b}$ se $a_n > 0$ e $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1 \ \forall n$, allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge;

$\boxed{c}$ se $a_n \geq 0$ e $\sqrt[n]{a_n} < 1 \ \forall n$, allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

2. Sia $\alpha \geq 0$; la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^2 + \alpha \log n}$ $\boxed{a}$ converge, per ogni $\alpha \geq 0$; $\boxed{b}$ diverge, per ogni $\alpha \geq 0$; $\boxed{c}$ diverge, se e solo se $\alpha \neq 0$; $\boxed{d}$ converge, se e solo se $\alpha \neq 0$.

3. Si consideri la successione definita per ricorrenza $\begin{cases} a_0 \in \mathbb{R} \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{3} + 2 \end{cases}$; allora $\boxed{a}$ $\{a_n\}$ è convergente, per ogni a_0, ed il limite è lo stesso, per ogni a_0; $\boxed{b}$ $\{a_n\}$ è divergente, per ogni $a_0 \neq 3$; $\boxed{c}$ $\{a_n\}$ è convergente, per $a_0 < 3$, divergente, per $a_0 > 3$; $\boxed{d}$ $\{a_n\}$ è convergente, ma il limite dipende da a_0.

4. Sia $f : [a, b] \to I\!R$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ condizione necessaria per la Riemann-integrabilità di f è la limitatezza di f;

$\boxed{b}$ condizione necessaria per la Riemann-integrabilità di f è la continuità di f;

$\boxed{c}$ condizione sufficiente per la Riemann-integrabilità di f è la limitatezza di f;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre.

5. Sia $f : [0, 2] \to I\!R$, Riemann integrabile in $[0, 2]$ e tale che $\int_0^2 f(x)dx = 4$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $f(x) \geq 0 \;\; \forall x \in [0, 2]$;

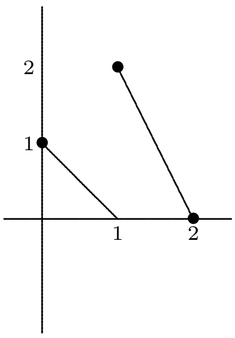
$\boxed{b}$ esiste $\overline{x} \in [0, 2]$ tale che $f(\overline{x}) = 2$;

$\boxed{c}$ $f(x) \leq 4 \; \forall x \in [0, 2]$;

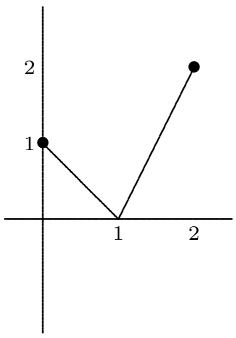
$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre affermazioni è corretta.

6. Quale, delle seguenti funzioni, è tale che $\int_0^2 f(x)dx = 1$?

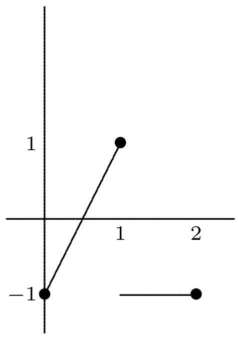
$\boxed{a}$



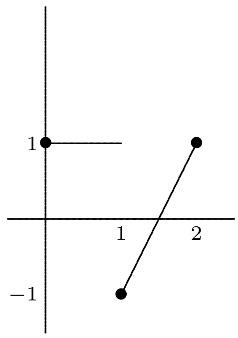
$\boxed{b}$



$\boxed{c}$



$\boxed{d}$



7. Quale delle seguenti è la serie di MacLaurin della funzione $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}$?

$\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{2^n n!}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n} \frac{x^n}{2^n n!}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n} \frac{2^n x^n}{n!}$; $\boxed{d}$ nessuna delle tre.

8.

(i) Si ricordi la definizione di *somma superiore / inferiore di f relativa alla partizione* $\mathcal{P}$, **specificando** il significato di ognuno dei simboli utilizzati per la definizione **(4 punti)**.

(ii) Si ricordi la definizione di *funzione Riemann–integrabile in* $[a, b]$ **(4 punti)**.

(iii) Si dimostri che una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$, monotona, è Riemann–integrabile **(4 punti)**.