COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 2 febbraio 2005

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.
Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

---

1. Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una generica serie numerica; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, allora converge $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$;

$\boxed{b}$ se $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$ converge, allora converge $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$;

$\boxed{c}$ se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, allora $\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

2. Quale, delle seguenti funzioni, ha integrale di Riemann improprio convergente, nell'intervallo $(-\infty, 0]$?

$\boxed{a}$ e^{x^2+x}; $\boxed{b}$ e^{x^3+x}; $\boxed{c}$ e^{x^2-x}; $\boxed{d}$ e^{x^4-x}.

3. Quale è l'elemento di posto $(1,3)$ della matrice inversa di $\mathbf{A}$, ove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$?

$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ $\frac{4}{3}$; $\boxed{c}$ -8; $\boxed{d}$ nessuna delle tre.

4. Sia $f : [a,b] \to I\!R$; $S(f,\mathcal{P})$ / $s(f,\mathcal{P})$ indichi la somma superiore / inferiore di f relativa alla partizione $\mathcal{P}$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ $s(f,\mathcal{P}) < S(f,\mathcal{P})$;

$\boxed{b}$ $s(f,\mathcal{P}) = S(f,\mathcal{P})$;

$\boxed{c}$ $\sup_{\mathcal{P}} s(f,\mathcal{P}) = \inf_{\mathcal{P}} S(f,\mathcal{P})$;

$\boxed{d}$ f continua $\Rightarrow$ $\sup_{\mathcal{P}} s(f, \mathcal{P}) = \inf_{\mathcal{P}} S(f, \mathcal{P})$.

5. Sia $F(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dx$; allora $F'(\sqrt{3}) =$

$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ nessuna delle tre.

6. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n} =$

$\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ α, con $1 < \alpha < 2$.

7. La serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ è la serie di MacLaurin della funzione

$\boxed{a}$ $\log(1-x)$; $\boxed{b}$ $e^{-x} - 1$; $\boxed{c}$ $\log(1+x)$; $\boxed{d}$ nessuna delle tre.

8.

(i) Si ricordi la definizione di *rango* di una matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}(m \times n)$ e le principali proprietà **(3 punti)**.

(ii) Si ricordi l'enunciato del *Teorema di Rouché-Capelli* **(3 punti)**.

(iii) Si determini, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il rango della matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \alpha & 4 \\ 3 & \alpha + 4 \end{bmatrix}$ **(3 punti)**; nel caso $\alpha = 2$, si risolva il sistema $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, ove $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ **(3 punti)**.