

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm E-O, EcoSti, EcoSoc (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 13 gennaio 2005

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): $21 + 12 = 33$.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1. Sia $\{a_n\}$ una generica successione numerica; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

- a se $\{a_n\}$ è convergente, allora è limitata;
 b se $\{a_n\}$ è limitata, allora è convergente;
 c se $\{a_n\}$ è monotona, allora è convergente;
 d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

2. Il valore medio della funzione $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$, nell'intervallo $[0, \sqrt{3}]$ è

- a $\frac{7}{3}$; b $\frac{7}{3\sqrt{3}}$; c $\frac{7}{\sqrt{3}}$; d 0

3. Quale è l'elemento di posto $(1, 3)$ della matrice \mathbf{AB}^T , ove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & -5 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -\pi & 127 \\ e & 11 & -81 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} ?$$

- a non esiste; b 9; c 0; d nessuna delle altre risposte è giusta.

4. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

- a f è Riemann-integrabile se è continua;
 b f è Riemann-integrabile se e solo se è continua;
 c f è Riemann-integrabile solo se è continua;
 d nessuna delle altre.

5. Sia $I = \int_0^1 f(x)dx$. Allora vale $\int_0^{\frac{1}{3}} f(3x)dx =$ a $3I$; b $\frac{I}{3}$; c $-3I$; d I .

6. Si consideri il sistema lineare omogeneo $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$, \mathbf{A} di tipo $(m \times n)$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a il sistema è possibile, se e solo se $m = n$;

b il sistema è determinato, se e solo se $m = n$;

c il sistema è sempre possibile;

d il sistema è sempre determinato.

7. Quale delle seguenti è la serie di MacLaurin della funzione $f(x) = e^{2x}$?

a $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$; b $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^n x^n}{n!}$; c $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$; d nessuna delle tre.

8.

- (i) Si enuncino almeno due criteri sufficienti per la convergenza di una serie numerica (**2 punti**); si enunci e dimostri la condizione necessaria di convergenza per una serie numerica (**4 punti**).

Criteri:

Condizione necessaria di convergenza:

(ii) Si determini il carattere di ognuna delle seguenti serie, *motivando opportunamente la risposta* (6 punti):

$$\bullet \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2 + 1}{e^n + n}$$

$$\bullet \bullet \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\log(n+2)}$$