

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia
MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm A-D (Prof.ssa G.Carcano)
Prova scritta del 24 settembre 2004

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:

una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.

Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:

riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

1.

$$\int_3^0 \frac{x}{x+1} dx = \quad \boxed{a} \quad 3 - \ln 4; \quad \boxed{b} \quad \ln 4 - 3; \quad \boxed{c} \quad \ln 4; \quad \boxed{d} \quad \text{nessuna delle altre.}$$

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$; la funzione $f(x) = e^{\alpha x^2 + x}$ ha integrale improprio convergente in $[0, +\infty)$

a per nessun α ; b se e solo se $\alpha < 0$; c se e solo se $\alpha \leq 0$; d se e solo se $\alpha \geq 0$.

3. Quale è l'elemento di posto (1, 2) della matrice \mathbf{A}^{-1} , ove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$?

a non esiste; b $-\frac{1}{2}$; c 0; d nessuna delle altre risposte è giusta.

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$; la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 3 & \alpha + 2 & 6 \end{bmatrix}$ ha rango 2

a $\forall \alpha \in \mathbb{R}$; b se e solo se $\alpha \neq -2$; c se e solo se $\alpha \neq 0, -2$; d se e solo se $\alpha \neq 0$.

5. Sia $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una generica successione numerica; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a se $\{a_n\}$ è convergente, allora è limitata;
 b se $\{a_n\}$ è illimitata, allora è divergente;
 c se $\{a_n\}$ è convergente, allora è infinitesima;
 d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

6. Il sistema lineare $\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x + 2y + z = 8 \end{cases}$ a è possibile, determinato; b è impossibile; c ha tre soluzioni; d è possibile, indeterminato.

7. Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una generica serie numerica a termini positivi; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

a se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$;
 b se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$;
 c se $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge;
 d nessuna delle altre tre risposte è giusta.

8.

- (i) Si enunci (**3 punti**) e si dimostri (**3 punti**) il *Teorema del valor medio* (o *della media integrale*), sia nel caso generale, che nel caso particolare.

Enunciato:

Dimostrazione:

- (ii) Si determini il valor medio della funzione $f(x) = \ln x$ nell'intervallo $[1, 3]$ (**3 punti**); tale valor medio è assunto dalla funzione? in quanti punti? (**3 punti**).