COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm A-D (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 2 settembre 2004

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

---

1. Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una generica serie numerica; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ se converge $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$, allora converge anche $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$;

$\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge se e solo se $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$ converge;

$\boxed{c}$ se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ non converge, allora non converge neppure $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$;

$\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

2. Indichiamo con $< \cdot, \cdot >$ il prodotto interno (o scalare) tra vettori di $I\!R^n$. Si considerino i vettori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \in I\!R^3$; allora $< \mathbf{x}, \mathbf{y} >= 0$ $\boxed{a}$ se e solo se $\alpha = 0$; $\boxed{b}$ se e solo se $\alpha = -1$; $\boxed{c}$ per ogni $\alpha \in I\!R$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta.

3. Quale è l'elemento di posto $(2, 3)$ della matrice $\mathbf{A}^T\mathbf{B}$, ove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$?

$\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ 6; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ nessuna delle altre risposte è giusta.

4. Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ -1 & \text{se } 1 < x \leq \frac{3}{2} \\ 7 & \text{se } \frac{3}{2} < x \leq 2 \end{cases}$; allora il valor medio di f nell'intervallo $[0,2]$

$\boxed{a}$ non esiste, perché f non è continua; $\boxed{b}$ è 2; $\boxed{c}$ è 4; $\boxed{d}$ non è assunto dalla funzione, perché f non è continua.

5. Sia $I = \int_0^1 f(x)dx$. Allora vale $\displaystyle\int_0^5 f(\frac{x}{5})dx =$ $\boxed{a}$ $10I$; $\boxed{b}$ $\dfrac{I}{5}$; $\boxed{c}$ $5I$; $\boxed{d}$ I.

6. Si consideri il generico sistema lineare non omogeneo $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, $\mathbf{b} \neq 0$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ il sistema è sempre possibile;
$\boxed{b}$ il sistema è sempre determinato;
$\boxed{c}$ se il sistema ha una soluzione, allora ne ha infinite;
$\boxed{d}$ il sistema non può avere la soluzione nulla.

7. Quale delle seguenti funzioni ha integrale improprio convergente, nell'intervallo $(-\infty, 0]$?

$\boxed{a}$ $\dfrac{e^x}{-1+x}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{e^{-x}}{-1+x}$; $\boxed{c}$ $\dfrac{e^{|x|}}{-1+x}$; $\boxed{d}$ nessuna delle tre.

8.

(i) Si enuncino almeno due criteri sufficienti per la convergenza di una serie numerica **(2 punti)**; si enunci e dimostri la condizione necessaria di convergenza per una serie numerica **(4 punti)**.

Criteri:

Condizione necessaria di convergenza:

(ii) Si determini il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{x+2}{3} \right)^n$ **(4 punti)**; si specifichi se, negli estremi dell'intervallo di convergenza, la serie converge oppure no **(2 punti)**.