COGNOME: **NOME:** **MATRICOLA:**

Firma:

Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia

MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm A-D (Prof.ssa G.Carcano)

Prova scritta del 12 luglio 2004

Tempo a diposizione: 1 ora e 30 minuti

Per le domande numero 1-2-3-4-5-6-7:
una ed una sola delle quattro risposte è esatta; indicarla barrandola con una croce.
Ogni risposta esatta vale 3 punti; ogni risposta sbagliata o mancante vale 0 punti.

Per la domanda numero 8:
riportare lo svolgimento nello spazio bianco predisposto; il punteggio è indicato.

Totale punti disponibili (in trentesimi): **21 + 12 = 33**.

Attenzione: è ammessa una sola correzione, per le domande 1-2-3-4-5-6-7; per correggere una risposta ritenuta errata, scrivere NO sopra la risposta ritenuta errata e scrivere SI sopra la risposta ritenuta giusta.

---

1. Sia $f : [a, b] \to I\!R$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ f ha sempre primitive in $[a, b]$

$\boxed{b}$ se f ha una primitiva in $[a, b]$, allora ne ha infinite

$\boxed{c}$ se f non è continua in $[a, b]$, allora non ha primitive in $[a, b]$

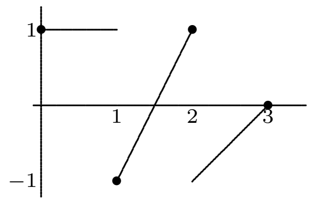
$\boxed{d}$ f può non avere primitive in $[a, b]$, anche se è continua

2. Sia $\alpha \in I\!R$; la funzione $f(x) = \dfrac{\pi + 2x^3}{x^\alpha}$ ha integrale improprio convergente in $[1, +\infty)$ $\boxed{a}$ se e solo se $\alpha > 5$ $\boxed{b}$ se e solo se $\alpha \geq 4$ $\boxed{c}$ se e solo se $\alpha \geq 5$ $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta

3. Sia $k \in I\!R$; si considerino le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} k & 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 5 & k \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$; allora la matrice $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$ è singolare $\boxed{a}$ mai $\boxed{b}$ se e solo se $k = -\frac{58}{7}$ $\boxed{c}$ se e solo se $k = \frac{52}{7}$ $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta

4. Il valor medio della funzione $f(x) = \dfrac{2x}{x+1}$ nell'intervallo $[0, 2]$ $\boxed{a}$ non esiste $\boxed{b}$ è $2 - \ln 3$ $\boxed{c}$ è $4 - \ln 3$ $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte è giusta

5. Si consideri la funzione $f : [0, 3] \to I\!R$, il cui grafico è



Quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ f è Riemann-integrabile in $[0, 1]$, ma non in $[0, 3]$

$\boxed{b}$ f è Riemann-integrabile in $[1, 2]$, ma non in $[0, 3]$

$\boxed{c}$ f è Riemann-integrabile in $[0, 3]$

$\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^3 f(x)dx = 0$

6. Si consideri il generico sistema lineare omogeneo $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$; quale delle seguenti affermazioni è **vera**?

$\boxed{a}$ il sistema ha sempre infinite soluzioni

$\boxed{b}$ il sistema ha sempre una ed una sola soluzione

$\boxed{c}$ il sistema può non avere soluzioni

$\boxed{d}$ se il sistema ha una soluzione non nulla, allora ne ha infinite

7. La serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge a $+\infty$ se e solo se

$\boxed{a}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k = +\infty$ $\boxed{b}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n \neq 0$ $\boxed{c}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$ $\boxed{d}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 1$

8.

- Si enunci **(3 punti)** e si dimostri **(3 punti)** il *Teorema fondamentale del calcolo integrale* (per l'enunciato, è richiesto il caso generale, per la dimostrazione, è sufficiente il caso particolare)
  Enunciato:

  Dimostrazione:

- Sia $f(x) = e^{\sqrt{x+4}}$; si determini la funzione integrale F, di f, con punto iniziale $x_0 = 0$ **(2 punti)**; si determini l'equazione della retta tangente a $F(x)$ nel suo punto di ascissa 0 **(4 punti)**