MATEMATICA GENERALE I (ECOTUR)

Prova scritta del 28/6/2006

1) **a**) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange.
b) Stabilire (**giustificando le risposte**) se le seguenti funzioni soddisfano le ipotesi del Teorema di Lagrange negli intervalli I indicati ed, in caso di risposta affermativa, determinare il punto c che verifica la tesi del Teorema:

i) $f(x) = |3 - x|$ $\qquad I = [-2, 4]$
ii) $f(x) = \log(1 + x + x^2) + 3x$ $\qquad I = [-1, 0]$

2) **a**) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 4}$$

e tracciarne un grafico qualitativo (Insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali asintoti, segno della funzione, crescere e decrescere, eventuali estremanti. **NON e' richiesto il calcolo della derivata seconda**)

b) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 4}$$

nel punto di ascissa $x = 0$.

3) Determinare gli intervalli di convessita' e concavita' ed i punti di flesso della funzione

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + x - 1$$

4) **a**) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto interno al suo dominio.
b) Enunciare una condizione necessaria, ma non sufficiente, per la derivabilita' di una funzione, mostrando con un controesempio la non sufficienza di tale condizione.
c) Stabilire per quali valori del parametro reale a la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} a^2x^3 - x^2 + a & x \leq -1 \\ x + 2\log(3 + 2x) & x > -1 \end{cases}$$

i) e' continua in $x = -1$;
ii) e' derivabile in $x = -1$.