

MATEMATICA GENERALE

(mod. A)

24 febbraio 2004

- 1) i) Che cosa significa che una funzione è continua in un intervallo $[a,b]$?
ii) Enunciare il teorema di Weierstrass per una funzione $f : [-3,3] \rightarrow \mathbb{R}$.
iii) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(1-e^{3x})}{x^3+4x} & x < 0 \\ \frac{3x^2-k}{1+x^2} & x \geq 0 \end{cases}$$

- a) stabilire per quali valori di k soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-3,3]$
b) posto $k = 0$, stabilire se la funzione ammette asintoti orizzontali e in caso affermativo calcolarli.

- 2) i) Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite.

- ii) Supposto che $P(x) = -1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{2}{3}(x-1)^2$ sia il polinomio di Taylor di una funzione f arrestato al secondo ordine e centrato in $x = 1$, qual è l'equazione della retta tangente a f in $x = 1$?

- iii) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x \leq 0 \\ 6 - e^{-x} & x > 0 \end{cases}$$

- a) Disegnare un grafico qualitativo della funzione f e calcolarne i massimi e minimi relativi nel suo campo di esistenza
b) Calcolare i massimi e minimi assoluti della funzione f nell'intervallo $[-5, +\infty)$.
c) Calcolare l'equazione della retta tangente alla funzione f in $x = 1$.