

**UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL S. CUORE - MILANO**  
**FACOLTÀ DI ECONOMIA**  
**LAUREA IN ECONOMIA E COMMERCIO**

**Prova scritta di STATISTICA del 29.01.2004 (Tema 208)**

*Svolgere per esteso la prova sui fogli quadrettati, indicando formule, calcoli, risultati e commenti.  
 Riassumere integralmente il lavoro svolto sul foglio di risposta.*

**1.** Un'azienda distributrice di home-video promuove un'indagine conoscitiva sulle spese (in migliaia di euro) di noleggio annuale ( $A$ ) dei film, per tipologia di supporto magnetico ( $M$ , con modalità "vhs" e "dvd"). La tabella che segue riporta i dati relativi a 100 clienti intervistati.

| $M$ | $A$ | 0- 2 | 2- 4    | 4- 5    | 5- 6 |
|-----|-----|------|---------|---------|------|
| vhs |     | 15   | 15- $q$ | 15+ $q$ | 5    |
| dvd |     | 10   | 20      | 15      | 5    |

- 1.1 Rappresentare graficamente le distribuzioni di frequenza delle variabili  $M$  e  $A$ .
- 1.2 Calcolare moda, mediana, media aritmetica e media geometrica della variabile  $A$ , illustrando il significato delle differenze riscontrate fra i diversi valori ottenuti.
- 1.3 Confrontare con opportuni indici di posizione e di variabilità le distribuzioni  $A|M=vhs$  e  $A|M=dvd$  e commentare i risultati ottenuti.
- 1.4 Si valuti se le variabili  $A$  e  $M$  siano stocasticamente indipendenti e calcolare una misura della loro connessione.

**2.** Siano  $X_1$  e  $X_2$  due variabili statistiche aventi  $\text{Var}(X_1)=\text{Var}(X_2)$ . Determinare il valore della covarianza tra  $Z$  e  $W$ , essendo  $Z = X_1+X_2$  e  $W = X_1-X_2$ . Sapendo poi che  $M(W)=0$ ,  $M(Z)=8$  e  $\text{Var}(Z)=\text{Var}(W)=2+q$ , calcolare media e varianza di  $X_1$  e  $X_2$ .

**3.** Nella tabella sotto riportata sono indicati (in milioni di euro) i profitti ( $Y$ ) di 20 aziende e le spese ( $X$ ) sostenute.

| $Y$    | $X$ | 0- 5   | 5- 10 | 10- 15 | 15- 20  |
|--------|-----|--------|-------|--------|---------|
| 10- 20 |     | 1+ $q$ | 0     | 0      | 0       |
| 20- 30 |     | 0      | 1     | 3      | 0       |
| 30- 40 |     | 0      | 2     | 2      | 11- $q$ |

- 3.1 Si dia una rappresentazione grafica delle coppie di punti  $(x_i, y_j)$ .
- 3.2 Si calcolino, secondo il principio dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli di regressione

$$\text{I) } Y^* = a + bX \qquad \text{II) } Y^* = c$$

- 3.3 Si individui, mediante un opportuno indice, il modello migliore, giustificando il risultato.
- 3.4 Si confronti l'adattamento del modello ritenuto migliore con quello della funzione di regressione.

**4.** Una macchina produce pezzi meccanici a ciclo continuo e la probabilità che un pezzo prodotto sia difettoso è  $(q+1)/100$ .

- 4.1 Determinare la probabilità che su 10 pezzi estratti a caso dal flusso produttivo si presentino più di 2 difettosi.
- 4.2 Descrivere (valori possibili e funzione di probabilità) la variabile casuale utilizzata al punto 4.1.
- 4.3 Calcolarne media e varianza.
- 4.4 Supponendo di estrarre 100 pezzi dal flusso produttivo calcolare la probabilità di trovare tra  $q$  e  $q+2$  pezzi difettosi.

N.B. Il valore del parametro  $q$  verrà comunicato all'inizio della prova