

**UNIVERSITA' CATTOLICA DEL S. CUORE - MILANO**  
**LAUREA IN ECONOMIA E COMMERCIO**  
**LAUREA IN SCIENZE STATISTICHE ED ECONOMICHE - D.U. IN STATISTICA**  
**Prova Scritta di Statistica del 15/02/01 (T. 184)**

1) Nella sottostante tabella sono riportati i dati relativi al fatturato (**F**), espresso in miliardi di lire, ed alle spese (**S**), espresse in decine di milioni di lire, sostenute da 20 aziende del settore manifatturiero nello scorso esercizio contabile.

<b>F</b>				
<b>S</b>	5 -  10	10 -  15	15 -  20	20 -  25
1 -  5	1+q	0	0	1
5 -  10	9-q	2	1	1
10 -  20	0	3	2	0

1.1) Calcolare la mediana e la media geometrica delle due distribuzioni marginali.

1.2) Volendo studiare il grado di concentrazione della distribuzione marginale **S**:

- a) si disegni la spezzata di Lorenz;
- b) si determini il grado di concentrazione con un opportuno indice normalizzato nell'insieme [1;20].

2) Sapendo che tra le variabili statistiche **X** ed **Y** sussiste la seguente relazione:

$$Y = kX^3 + 5 \quad k \text{ costante positiva}$$

si determini l'espressione analitica che lascia invariata la seguente funzione obiettivo:  $\sum_{i=1}^n y_i$ .

3) Si determini, utilizzando un indice normalizzato disaggregabile, il grado di connessione esistente fra le variabili **F** ed **S** indicate al punto 1). Si analizzino poi le singole componenti dell'indice indicando quali contribuiscono in maniera maggiore a far crescere il valore dell'indice stesso.

4) Determinare il grado della dipendenza in media di **S** da **F** dando anche una rappresentazione grafica della spezzata di regressione.

5) Determinare, secondo il metodo dei minimi quadrati, i parametri dei seguenti modelli:

$$\text{I) } S^* = a + bF \qquad \text{II) } S^* = dF^2$$

Si valuti il grado di adattamento di ciascun modello, nonché il miglioramento che si otterrebbe passando da quello ritenuto migliore alla funzione di regressione.

6.1) Siano  $x_1$  e  $x_2$  due numeri interi positivi tali che  $x_1 \neq x_2$ . Dimostrare che la loro media aritmetica e la loro media geometrica sono legate dalla seguente relazione matematica:

$$M^2 - Mg^2 = \left( \frac{x_1 - x_2}{2} \right)^2$$

6.2) La media geometrica di 3 numeri è pari a 2. Si considerano due nuovi numeri, tali che l'uno sia il quadrato dell'altro. La media geometrica dei cinque numeri presi in considerazione è pari al doppio della media geometrica dei soli primi tre numeri. Determinare il valore numerico dei due numeri aggiunti.

7) Si disponga delle seguenti lettere dell'alfabeto A, E, I, M, S e si supponga di disporle a caso.

- a) qual è la probabilità che la parola ottenuta termini per vocale?
- b) qual è la probabilità che la lettera iniziale e quella finale siano entrambe vocali o entrambe consonanti?
- c) supponendo che l'ultima lettera scelta sia una vocale, qual è la probabilità che si componga esattamente la parola ESAMI?