

Prova parziale di Statistica II/B - 02.05.05

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

- 1) Il tempo di attesa per l'autobus davanti ad una fermata urbana può essere descritto da una v.c. X di tipo esponenziale, avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \theta) = \vartheta e^{-\theta x} \quad \text{per } x > 0 \quad \vartheta > 0$$

Sulla base di un campione casuale (x_1, x_2, \dots, x_n) di osservazioni da X ,

- Ricavare lo stimatore T per la varianza di X con il metodo della massima verosimiglianza.
- Verificare se lo stimatore T è corretto per la varianza di X . Qualora non lo fosse, ricavare uno stimatore corretto T' proponendo un opportuno "fattore di correzione" per T .
- Calcolare il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramèr riferito ad uno stimatore non distorto della varianza di X .

- Fattorizzare opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(x_i; \theta)$, individuando la funzione parametrica $\tau^*(\theta)$ per la quale esiste lo stimatore a varianza uniformemente minima. Sulla base di questo risultato e senza effettuare ulteriori calcoli, stabilire se la varianza dello stimatore T' determinato al punto b) può raggiungere o meno il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramèr..

- 2) Dal sito internet di Borsa Italia risultano le seguenti variazioni giornaliere percentuali dell'indice azionario S&P MIB 40 nella settimana lavorativa tra il 18.04.05 ed il 22.04.05:

Data	Variazione % (x_i)
18.04	-2,40
19.04	+0,11
20.04	-0,20
21.04	+0,44
22.04	+0,53

Si supponga che i dati rilevati provengano da una v.c. X con distribuzione normale, di parametri μ e σ^2 entrambi ignoti.

- In base alla propria esperienza del mercato, un analista finanziario ritiene di potere affermare che l'incognita media μ è compresa nell'intervallo $\bar{X} \pm 1,5$. Sulla base delle osservazioni raccolte, quale livello di confidenza $(1-\alpha)$ può essere attribuito (approssimativamente) a questa affermazione?
- Costruire un intervallo di confidenza per la variabilità σ dell'indice azionario al livello di confidenza del 90%.
- A parità di livello di confidenza, come si modificherebbe l'intervallo di confidenza per σ determinato al punto b) se la media μ della distribuzione campionata fosse nota e pari a 0,1? Commentare brevemente la differenza riscontrata.