

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esame totale

Esame parziale

Coloro che sostengono la seconda prova parziale svolgano solo il secondo e il terzo esercizio.

1. Sia X_1, X_2, \dots, X_n , un campione casuale di ampiezza n estratto da una v.c. indicatore avente la seguente funzione di probabilità:

$$p(x; \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x} \quad \text{per } x = 0, 1; \quad 0 < \theta < 1$$

- Dopo avere determinato lo stimatore T_1 per il parametro θ con il metodo della massima verosimiglianza, se ne valutino la correttezza e la consistenza quadratica.
 - Si confronti l'errore quadratico medio di T_1 con il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di uno stimatore non distorto di θ , commentando il risultato.
 - Si consideri ora lo stimatore $T_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$. T_2 è corretto per θ ?
 - Si verifichi che $E.Q.M. (T_2) = E.Q.M. (T_1)$, dove $E.Q.M.$ denota l'errore quadratico medio dello stimatore. Si commenti opportunamente questo risultato. (*Traccia per il calcolo di $E.Q.M. (T_2)$: come si distribuisce la v.c. X^2 ? E quindi quanto risulta la sua varianza?*)
2. Alcuni analisti finanziari ritengono che i rendimenti del titolo azionario "ENI" quotato alla borsa di Milano siano distribuiti normalmente. Dopo avere rilevato un campione (x_1, x_2, \dots, x_{250}) di rendimenti giornalieri percentuali del titolo, gli analisti costruiscono la seguente tabella di frequenze:

Intervallo valori x_j	Frequenza n_j
≤ -3	18
$(-3 ; -1,5]$	28
$(-1,5 ; +1,5]$	175
$(+1,5 ; +3]$	22
> 3	7

Sapendo che i valori minimo e massimo delle x_j osservate sono risultati pari, rispettivamente, a -5 e $+4$, si verifichi, al livello di significatività $\alpha = 0,05$, se la distribuzione normale descrive adeguatamente i rendimenti del titolo.

3. Per un'indagine di mercato sulla qualità di diverse marche di caffè si intervista un campione di 12 consumatori. Questi ultimi vengono suddivisi in 3 gruppi, a ciascuno dei quali si somministra una diversa marca di caffè. Si chiede quindi a ciascun consumatore di esprimere, su scala da 0 a 10, il proprio voto (variabile X) per la marca di caffè assaggiata. I risultati dell'indagine sono riportati in tabella:

Marca A	8,5	7,5	7,5	8	
Marca B	7	6,5	7	6	7
Marca C	8	7,5	7		

Devianza totale = 5,2292

Supposto che la variabile X segua una distribuzione normale,

- Si valuti se le varianze dei voti espressi per le marche B e C possono ritenersi uguali, al livello di significatività del 10%.
- Si verifichi se il voto medio può ritenersi uguale per le tre marche, al livello di significatività del 5% (si precisino prima le ipotesi necessarie).
- Si costruisca un intervallo di confidenza per la differenza fra i voti medi relativi alle marche B e C, al livello di confidenza del 98%.