

Esame di Statistica II B
(Prova parziale)

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

- 1) Sia X_1, X_2, \dots, X_n , un campione casuale semplice di ampiezza n estratto da una v.c. avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \alpha) = \begin{cases} \frac{2}{\alpha-1} e^{-\frac{2}{\alpha-1}x} & x \geq 0 \quad \alpha > 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

- a) Ricavare lo stimatore T di massima verosimiglianza per il terzo quartile di X ;
- b) Si verifichi se T è corretto; qualora non lo fosse se ne ricavi uno corretto;
- c) Si calcoli l'errore quadratico medio dello stimatore ricavato al punto b) e lo si confronti con il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramer commentando opportunamente;
- d) Si fattorizzi opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln f(x_i; \alpha)$ individuando la funzione $\tau(\alpha)$ per la quale esiste uno stimatore non distorto la cui varianza coincide con il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramer. Giustificare il risultato ottenuto al punto c).

- 2) Un apicoltore misura il peso del miele estratto da 15 arnie selezionate mediante campionamento casuale semplice dalla sua coltura. Da precedenti studi si può ragionevolmente ritenere che il peso X del miele estratto da un'arnia abbia una distribuzione normale di media $\mu = 6,5 \text{ kg}$. Sapendo che dalla rilevazione campionaria si sono ottenuti i seguenti risultati $\sum_{i=1}^{15} x_i = 99,3$ $\sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 672,728$:

- a) si ricavi l'intervallo di confidenza al 95% per $\frac{1}{\sigma}$;
- b) si ricavi l'intervallo di confidenza al 95% per $\frac{1}{\sigma}$ nel caso in cui non si conosca la media μ della popolazione e lo si confronti con l'intervallo ottenuto al punto precedente commentando opportunamente.