

**Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II**  
**Prova parziale di Probabilità** **02.02.06**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

**Docente:**     Prof. Zenga     Prof.ssa Pollastri     Prof.ssa Greselin     Prof. Borroni

***Attenzione:** lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

1) Sia  $X$  una v.c. continua avente la seguente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} x(10a - \frac{x}{3}) & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore della costante  $a$  che rende  $f(x)$  una funzione di densità per la v.c. continua  $X$ .
- b) Si determini l'espressione della funzione di ripartizione di  $X$ , se ne tracci il grafico e si verifichino le proprietà.
- c) Si determini la seguente probabilità:  $P\{X \leq 1 \mid X \leq 1,5\}$ .
- d) Si determini il valore atteso di  $X$ .

2) In un reparto sono disposte numerose ceste che contengono 120 bulloni ciascuna, dei quali il 60% è composto da bulloni circolari e il rimanente 40% da bulloni ottagonali.

I macchinari presenti nel reparto funzionano solamente se vi si inseriscono 3 bulloni circolari e 1 bullone ottagonale. Pertanto l'addetto alla manutenzione seleziona una cesta dopo l'altra e da ciascuna estrae 4 bulloni (senza reimmissione); se l'addetto ottiene la combinazione di bulloni desiderata la inserisce sul macchinario; se non la ottiene, provvede a selezionare un'ulteriore cesta, fino a quando non è in grado di mettere in funzione il macchinario.

- a) Si determini la probabilità che estraendo senza reimmissione 4 bulloni da una generica cesta, 3 di essi siano circolari e uno ottagonale.
- b) Sia  $X$  la v.c. che descrive il numero di ceste che l'addetto alla manutenzione deve selezionare affinché si possano mettere in funzione 6 macchinari. Calcolare  $P\{X=10\}$ .
- c) Si determinino il valore atteso e la varianza della v.c.  $X$  definita al punto precedente.
- d) Si scriva la funzione di probabilità della v.c.  $Y$  che indica il numero di ceste che l'addetto alla manutenzione deve selezionare affinché si possa mettere in funzione un solo macchinario.

3) Da alcuni studi risulta che il numero degli incidenti che si verificano in un particolare incrocio si distribuisce secondo la legge di Poisson. Sono stati rilevati in tale incrocio in media 2 incidenti al mese (1 mese si considera composto da 30 giorni).

- a) Si determini la probabilità che nel corso di un mese si verifichino almeno 3 incidenti.
- b) Sia  $T$  la v.c. che descrive il tempo, espresso in giorni, che intercorre tra due incidenti successivi. Si determini il valore atteso di  $T$  e  $P\{T > 40\}$ .
- c) Sia  $Z$  la v.c. che rappresenta il tempo di attesa del terzo incidente. Si scriva la funzione di densità della v.c.  $Z$ .