

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

Indicare il docente del corso d'appartenenza: Prof. Zenga Prof. Pollastri Prof. Cazzaro

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

1) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} ax - x^2 & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Si determini il valore di a che rende $f(x)$ una funzione di densità per una variabile casuale X assolutamente continua. Si tracci il grafico di tale funzione di densità.
- Si ricavi la funzione di ripartizione di X .
- Si calcoli $E(X)$.
- Si determinino il momento standardizzato di indice 1 e il secondo momento centrale di X .

2) Una partita di interruttori è confezionata in due scatole da 80 pezzi ciascuna. Nella scatola A ci sono 4 interruttori difettosi e nella scatola B vi sono 8 interruttori difettosi. Per una prova di qualità si procede innanzi tutto estraendo casualmente una delle due scatole:

- successivamente, dalla scatola scelta, si estraggono in blocco 4 interruttori: si calcoli la probabilità che non ve ne sia nessuno difettoso;
- avendo estratto un campione in blocco di 4 interruttori non difettosi, si calcoli la probabilità che esso provenga dalla scatola A;
- se le estrazioni dei 4 interruttori avvengono con riposizione, si calcoli la probabilità che il quarto interruttore estratto sia il primo a risultare difettoso.

3) Si consideri la distribuzione dei redditi dei lavoratori di una grande azienda, il 60% dei quali sono operai e il restante 40% sono impiegati. Si supponga di sapere che il reddito di un operaio segua la legge di Pareto, con reddito minimo pari a 12.000 Euro e reddito medio pari a 16.000 Euro, mentre per quanto riguarda gli impiegati si sa che i valori dei parametri della corrispondente legge di Pareto sono $x_0 = 14.000$ e $\theta = 6$.

- Si determinino i quartili del reddito degli operai.
- Si calcoli la probabilità che un lavoratore scelto a caso abbia reddito superiore a 16.000 Euro.
- Estratti a caso e con riposizione 8 lavoratori, si calcoli la probabilità che al massimo due di essi abbiano reddito superiore a 16.000 Euro.