

COGNOME _____

NOME _____

Matr. _____

Docente:

 Prof. Zenga Prof. Pollastri

1) Sia X una variabile casuale dotata della seguente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{per } 0 \leq x < 1 \\ k - x & \text{per } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si calcoli k in modo che $f(x)$ sia effettivamente una funzione di densità e se ne disegni il grafico;
- b) si determini la funzione di ripartizione di X ;
- c) si calcolino i quartili e il valore atteso di X .
- 2) Si consideri l'evento: "Esce il numero 90 in una cinquina", relativamente al gioco del lotto. Sia Y il numero di settimane occorrenti ad ottenere una cinquina in cui compaia il numero 90. Si ricordi che vi sono nell'urna 90 palline con i numeri $1, 2, \dots, 90$ e che vengono estratte senza riposizione $n = 5$ palline ogni settimana.
- a) Si calcoli $E(Y)$ e $\text{Var}(Y)$;
- b) Si determini $F_Y(y)$ per $y = 1, 2, 3$;
- c) Sia B l'evento: "Nelle prime quattro settimane non è comparsa una cinquina contenente il 90". Si calcoli $\Pr\{Y = 5 \mid B\}$ e si commenti.
- 3) Si lanciano simultaneamente un dado e una moneta e si estrae una carta da un mazzo regolare di 52 carte. Sia X la v.c. che descrive il punteggio ottenuto con il dado, Y la v.c. che descrive il punteggio ottenuto con il lancio della moneta (0 per testa, 1 per croce). Sia infine Z la v.c. che descrive il punteggio ottenuto con l'estrazione della carta, tenendo conto che l'asso vale 0 punti, le figure valgono tutte 10 punti e le rimanenti carte valgono tanto quanto il valore numerico che portano, indipendentemente dal seme.
- a) Si ricavi la funzione di probabilità di Z e la sua funzione di ripartizione.
- b) Si determini il valore atteso e la varianza della v.c. $W = X + Y + Z$;
- c) si calcoli $\Pr\{X > 3 \mid Y = 0\}$ e si commenti opportunamente.