

COGNOME _____

NOME _____

Matr. _____

Docente: i Prof. Zenga

i Prof. Pollastri

1) Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x+k & \text{per } -1 \leq x < 0 \\ e^{-2x} & \text{per } x \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

a) si determini il valore di k che rende f una funzione di densità e si rappresenti graficamente la funzione ottenuta.

Detta X la variabile casuale dotata della densità di cui al punto a):

b) si ricavi la funzione di ripartizione, la mediana e il primo quartile;

c) si calcoli la probabilità $P(X > -1/2)$.

2) Babbo Natale ha confezionato 2 grandi sacchi con regali, uno rosa, l'altro azzurro. Nel primo ha riposto 20 pacchettini per le bambine, ma distrattamente ha dimenticato di mettere i regali in 4 di questi. Nei 15 pacchetti del sacco azzurro per i bambini, 5 non contengono alcun regalo. Nel buio della notte, estrae a caso uno dei 2 sacchi e da questo prende 3 pacchetti senza riposizione:

a) si determini la probabilità che solo il terzo pacchetto sia senza regalo.

b) se i pacchetti sono estratti in blocco, si determini la probabilità che tra di essi vi sia un pacchetto vuoto e la si confronti con la probabilità al punto a);

c) se, estraendo i 3 pacchetti in blocco, soltanto uno di essi è risultato senza regalo, qual è la probabilità che Babbo Natale l'abbia preso dal sacco azzurro?

3) Un medico considera che mediamente nelle 4 ore della mattina in ambulatorio arrivano 20 pazienti. Sapendo che il numero di pazienti in un certo intervallo di tempo segue la legge di Poisson,

a) si determini la probabilità che tra le 10 e le 11 arrivino più di 2 pazienti;

b) un paziente osserva che il suo medico, in media, ogni 12 minuti visita un nuovo paziente. Considerando che la variabile tempo d'attesa (in ore) tra un paziente ed il successivo ha distribuzione esponenziale, si ricavi la probabilità che un paziente aspetti più di 24 minuti prima di essere visitato;

c) qual è la probabilità che siano almeno 48 i minuti di attesa del paziente, che sta aspettando di entrare, sapendo che nei precedenti 24 il medico non ha terminato la visita in corso?