ESP-A1-004-*Testo*

Risolvere la seguente equazione:

$$3^X 5^{X-2} = \frac{2^{2-X}}{7 \cdot 11^{1-2X}}$$

ESP-A1-004-*Procedimento*

$$3^X \cdot 5^X \cdot 5^{-2} = \frac{2^2 \cdot 2^{-X}}{7 \cdot 11^1 \cdot 11^{-2X}}$$

$$3^X \cdot 5^X \cdot 5^{-2} = 2^2 \cdot 2^{-X} \cdot 7^{-1} \cdot 11^{-1} \cdot 11^{2X}$$

$$3^X \cdot 5^X \cdot \frac{1}{5^2} = 2^2 \cdot \frac{1}{2^X} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{11} \cdot \left(11^2\right)^X$$

$$\frac{3^X \cdot 5^X \cdot 2^X}{\left(11^2\right)^X} = 2^2 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{11} \cdot 5^2$$

$$\left(\frac{3 \cdot 5 \cdot 2}{11^2}\right)^X = \frac{2^2 \cdot 5^2}{7 \cdot 11}$$

$$X = \log_{\left(\frac{3 \cdot 5 \cdot 2}{11^2}\right)} \left(\frac{2^2 \cdot 5^2}{7 \cdot 11}\right) = \frac{\log \frac{2^2 \cdot 5^2}{7 \cdot 11}}{\log \frac{3 \cdot 5 \cdot 2}{11^2}}$$

ESP-A1-004-*Soluzione*

$$X = \frac{2 \log 2 + 2 \log 5 - \log 7 - \log 11}{\log 3 + \log 5 + \log 2 - 2 \log 11}$$

ESP-A1-004-***Note***

Altro metodo (preferibile): sfruttiamo il fatto che in generale

$A = B \quad \Rightarrow \quad \log A = \log B$

pertanto

$$\log\left[3^X 5^{X-2}\right] = \log\left[\frac{2^{2-X}}{7 \cdot 11^{1-2X}}\right]$$

e sfruttando le proprietà dei logaritmi

$$(X)\log 3 + (X-2)\log 5 = (2-X)\log 2 - \log 7 - (1-2X)\log 11$$

$$(X)\log 3 + (X)\log 5 - 2\log 5 = 2\log 2 - (X)\log 2 - \log 7 - \log 11 + (2X)\log 11$$

$$(X)\log 3 + (X)\log 5 + (X)\log 2 - (2X)\log 11 = 2\log 2 - \log 7 - \log 11 + 2\log 5$$

$$(X)(\log 3 + \log 5 + \log 2 - 2\log 11) = 2\log 2 - \log 7 - \log 11 + 2\log 5$$

$$X = \frac{2\log 2 + 2\log 5 - \log 7 - \log 11}{\log 3 + \log 5 + \log 2 - 2\log 11}$$

Le proprietà dei logaritmi utilizzate sono:

$$\log_a A + \log_a B = \log_a A \cdot B$$

$$\log_a A - \log_a B = \log_a \frac{A}{B}$$

$$N \log_a A = \log_a A^N$$

$$\log_B A = \frac{\log_C A}{\log_C B} \qquad \rightarrow \text{cambio di base}$$

Le proprietà delle potenze utilizzate sono:

$$\left(A^N\right)^M = A^{N \cdot M}$$

$$A^N \cdot A^M = A^{N+M}$$

$$A^N : A^M = A^{N-M}$$

$$A^N \cdot B^N = (A \cdot B)^N$$